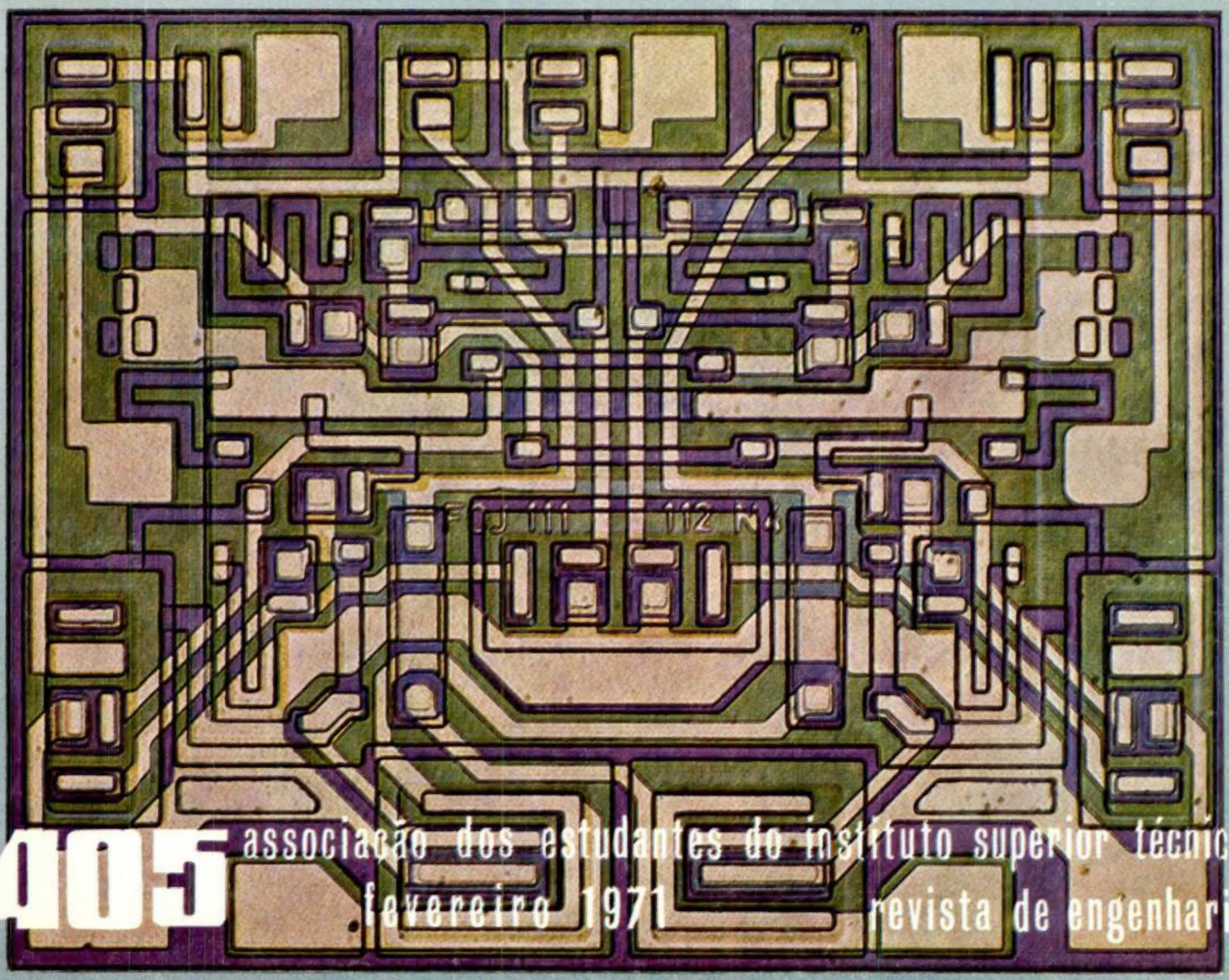
técnica



405
associação dos estudantes do instituto superior técnico
fevereiro 1971
revista de engenharia

HELIAÇO

VARÕES DE AÇO DE ALTA RESISTÊNCIA PARA BETÃO ARMADO TIPO A. 40 («Heliaço» e «SNT 40»)

TENSÕES DE SEGURANÇA

Ra = 2400 kg/cm²
e
Ra = 4000 kg/cm² (SISMOS)

Literatura e Tabelas de Cálculo fornecidas gratuitamente

HELIAÇO, LDA.

R. DE S. JULIÃO, 41, 4.º D. — LISBOA

Tel.: 36 78 17 - 32 37 06 - 36 94 77

Fenner

REDUTORES DE VELOCIDADE

TIPO «PONTA DE VEIO»

mais de cem anos de progresso dos maiores fabricantes ingleses

REPRESENTANTES EXCLUSIVOS:

AUTO-LUSITANIA
ALFREDO DUARTE L.da
AV. DA LIBERDADE 73-77 LISBOA

10.000 obras realizadas

- coberturas
- perfis especiais
- vigas pré-esforçadas
- pavimento trief
- protecção de segurança
- mosaicos
- tubos

materiais novobra

PAVIMENTOS

EM BETÃO PRÉ-ESFORÇADOS (HOMOLOGADOS PELO LAB. NAC. DE ENGENHARIA CIVIL)

LEIRIA — PONTE DAS MESTRAS — TEL. 23788
LISBOA — AV. EST. UNIDOS DA AMERICA 100, 1.º Dto — TEL. 771603 - 774832
LAGOA — ESTRADA DO CARMO — TEL. 94

CIMENTO SECIL

Fábrica:

Outão — Setúbal

Telef. 228824/5

Escritório:

R. do Comércio, 56-3.º

LISBOA 2

Telef. 328201/2/3

técnica

NÚMERO 405 FEVEREIRO DE 1971 ANO XLVI VOLUME XXXIII PUBLICAÇÃO MENSAL

Director

Silvério de Sousa Mendes

Administrador

Vladimiro de Oliveira

Secretário

Raul Pereira da Costa

Chefe de Redacção

Guilherme Silva Arroz

Redactores

Alvaro Manuel Cortez
Antonio Mouraz
Francisco Toco Emílio
José de Oliveira Paulo
Rui Lopes dos Santos

Assinaturas

		5 Nos.	10 Nos.
Continente e Ilhas	—	85$00	160$00
Ultramar, Brasil e Espanha	—	95$00	170$00
Estrangeiro	—		180$00

Número avulso — 25$00

Não se publica em Agosto e Setembro.

Os artigos assinados são da exclusiva responsabilidade dos seus autores.

Composto e impresso na Tipografia Jorge Fernandes, Lda. — Rua da Cruz dos Poiais 103 — Lisboa

SUMÁRIO

221 *GOMES CERVEIRA E ONOFRE MOREIRA* — **Gerador de impulsos com ocorrência de Poisson.**

Randon pulse generator with Poisson distribution.

225 *MARGARIDO RIBEIRO* — **Drenagem de fluidos Não-Newtonianos.**

Non-Newtonian fluid drainage.

229 *LUÍS VALADARES TAVARES* — **Optimizar a utilização dum sistema hidráulico aplicando a programação dinâmica.**

Reservoir control policy optimization dynamic programming.

237 *GUIMARÃES ROGEDO* — **Estudo do Fluxo em meios Anisótropos pelo Método dos Elementos Finitos.**

Flow Study in Anisotropic Medium by the Finite Elements Method.

245 *SOUSA CASTRO E ALMEIDA SEQUEIRA* — **Aços inoxidáveis Martensíticos e Ferríticos — Comportamento e adições especiais.**

Martensitic and Ferritic stainless steels — Mechanical behaviour and special alloying elements.

261 *BRAZÃO FARINHA* — **Arco angular simétrico de espessura constante.**

Symetrical angular arch of constant section.

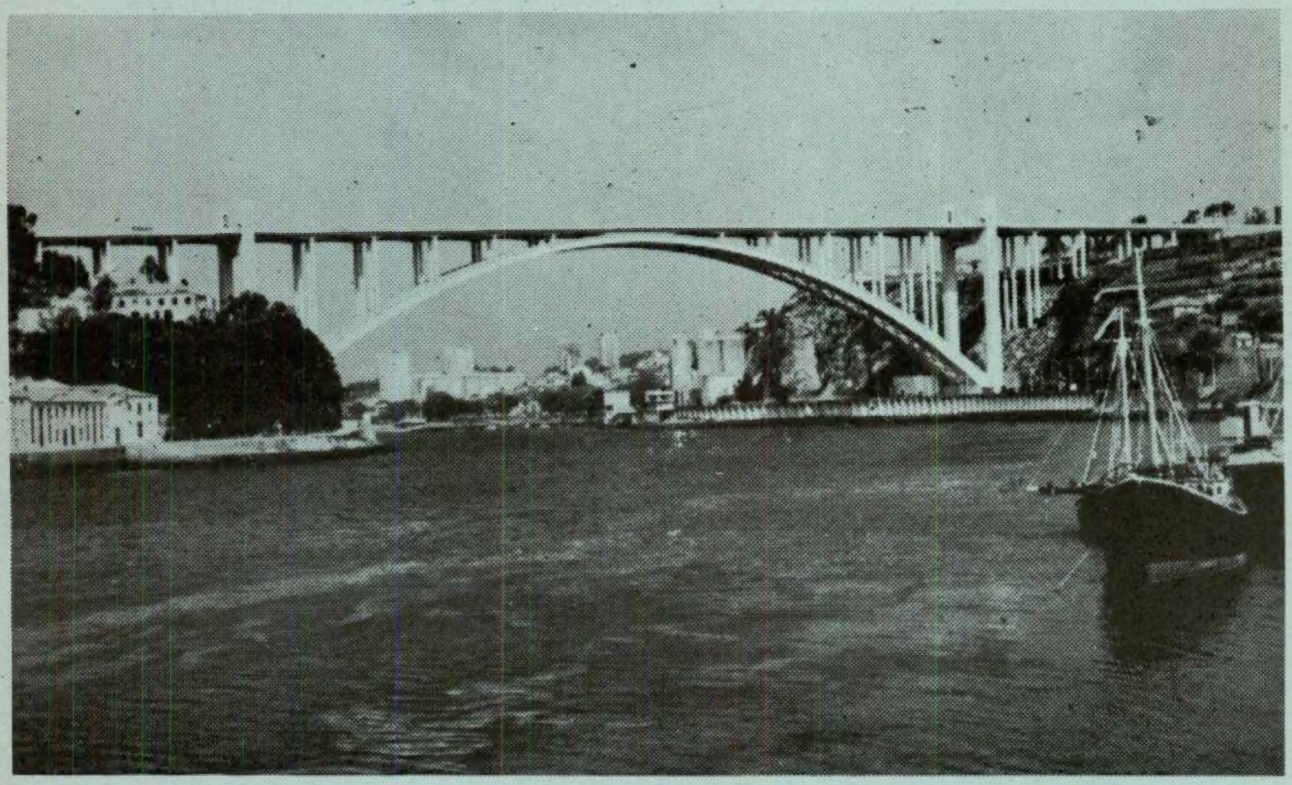
Bibliografia

CAPA: Microfotografia de um circuito integrado — Philips.

INDICE ALFABÉTICO DOS ANUNCIANTES

	Pág.
A. Johnson & Co (Portugal), Ltd.	XXVII
Aguiar & Melo, Lda.	XXVI
Auto-Lusitânia	2.ª da capa
Cimento Secil	2.ª da capa
Cimianto	XII
Companhia de Cimentos Brancos	VI
Construções Técnicas	XVII
Construções Schréder	XX
Electro-Arco, Lda.	II
Empresa de Cimentos de Leiria	X
Empresa Electro Cerâmica	XXV
Empresa de Sondagens e Fundações Teixeira Duarte, Lda.	3.ª da capa
Empresa Técnica de Equipamentos Eléctricos	XI
Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações	XVI
Fanafel	XVI
Fundações Franki, Lda.	I
Guedes & Almeida, Lda.	V e VIII
Heliaço	2.ª da capa
Jayme da Costa, Lda.	XIX
Johann Keller	V
J. F. Azevedo e Silva	VII
J. Roma	XII
Jomatel	XV
Livros Técnicos	XII e XXV
MAGUE	XIII
Mobil Oil	XVIII
Novobra, Lda.	2.ª da capa
Plessey Automática Eléctrica Portuguesa	XIV
Philips Portuguesa	XXIV
Sepsa	XXI
Siemens	4.ª da capa
Sociedade Portuguesa Cavan	VI
S. K. F. Lda.	XXII
Sondagens e Fundações A. Cavaco	II
Sondagens Ródio, Lda.	V
Sopecate	II
Standard Eléctrica	IX
Tudor	XXIII
Wild Portugal, Lda.	III

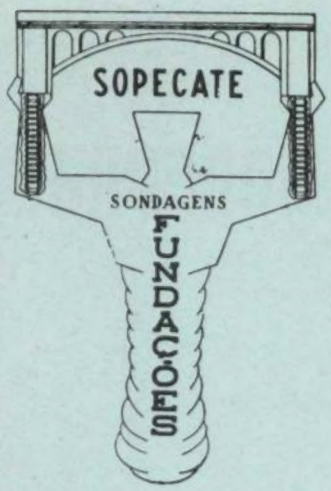
na base da construção moderna: estacas FRANKI, moldadas no solo.



A elevada gama de diâmetros das estacas Franki permite a melhor adaptação a cada problema concreto de fundações, desde a construção mais ligeira até à de grande concentração de cargas muito elevadas. Material permanentemente actualizado e pessoal com especialização constantemente aprofundada garantem a segurança, rapidez e economia das fundações executadas.

FRANKI

Consulte-nos: FUNDAÇÕES FRANKI, LDA. — PORTUGAL



sopecate

sondagens - fundações

ESCRITÓRIO: RUA DO ARSENAL 146 2.º TELEFONES 3 40 10 - 32 02 08 LISBOA

- ESTUDOS, PESQUISAS E CAPTAÇÕES DE ÁGUA
- SONDAGENS GEOLÓGICAS
- REBAIXAMENTO DE NÍVEIS AQUÍFEROS
- FUNDAÇÕES

SONDAGENS E FUNDAÇÕES A. CAVACO, LDA.

R. RODRIGO DA FONSECA, 62, R C ESQ. — LISBOA - 1
- TELEF. 56 11 71/72/73

ELECTRO-ARCO, L.DA

ELÉCTRODOS ✦ POSTOS ✦ ACESSÓRIOS
PARA A SOLDADURA ELÉCTRICA

*

MATERIAL APROVADO PELOS
LLOYD'S REGISTER OF SHIPPING
BUREAU VERITAS
GERMANISCHER LLOYD

—

LISBOA
Rua Silva Carvalho, 239
Tels. 68 36 49 - 68 48 93

FÁBRICA E LABORATÓRIOS
Venda Nova — Amadora
Tels. 97 06 13 - 97 17 33

PORTO
Rua do Bolhão, 216
Tel. 2 12 77 - 39 44 73

Temos apenas uma qualidade: Primeira.

Os estojos de desenho WILD são confeccionados de aço crómio polido inoxidável.
Isto significa precisão, mesmo após uso de longos anos.
Um exemplo da mais alta perfeição: O traçado direito e preciso do compasso WILD. O mesmo possibilita um trabalho seguro. A posição do ângulo pode ser fixada com rapidez e segurança sem a mínima folga nas pernas do compasso.
A aplicação de materiais sòmente da melhor qualidade e o máximo cuidado no acabamento, justificam a reputação mundial de primeira qualidade, Made in Heerbrugg.

WILD
HEERBRUGG

Aparelhos para Fotogrametria
Aparelhos topográficos
Microscópios

Já pensou...

... que o seu anúncio
é muito mais eficaz se for
publicado na revista que
os seus clientes lêem?
Os milhares de exemplares
de cada número da nossa revista
são lidos por engenheiros
e técnicos, por pessoas ligadas
à indústria, à investigação, ao
ensino, pelos seus clientes,
em suma. Consulte-nos.

técnica REVISTA DE ENGENHARIA

Avenida Rovisco Pais • Lisboa 1 • Telef. 77 54 49

ESCAVADORAS HIDRÁULICAS
S/RODAS — S/LAGARTAS

— ENTREGAS IMEDIATAS

DISTRIBUIDOR EXCLUSIVO
GUEDES & ALMEIDA, LDA.
RUA ÁUREA, 181 - 2.° — TELEFONES 32 50 11 - 32 78 45 — LISBOA

SONDAGENS RODIO, LDA.

R. S. Bento, 644 - 3.°
LISBOA

PORTO
LUANDA
BEIRA

TELEFONE: 68 80 96

SONDAGENS GEOLÓGICAS
ESTUDOS GEOTÉCNICOS
CONSOLIDAÇÃO DE FUNDAÇÕES
ESTACAS
PAREDES CONTÍNUAS
IMPERMEABILIZAÇÃO DE OBRAS HIDRÁULICAS
CAPTAÇÃO DE ÁGUAS

O EMPREGO DO CIMENTO BRANCO...

permite acabamentos mais perfeitos, mais duradouros e muito mais económicos

Estude a vantagem do emprego do

CIMENTO BRANCO LUSO

No Sul: **SCIAL** — T. do Corpo Santo, 15 — Telef. 32 73 77 — Lisboa

No Norte: **SCIAL** — R. António Feliciano de Castilho, 1126 — Telef. 97 09 32 — Areosa — Porto

POSTES DE BETÃO PARA LINHAS ELÉCTRICAS

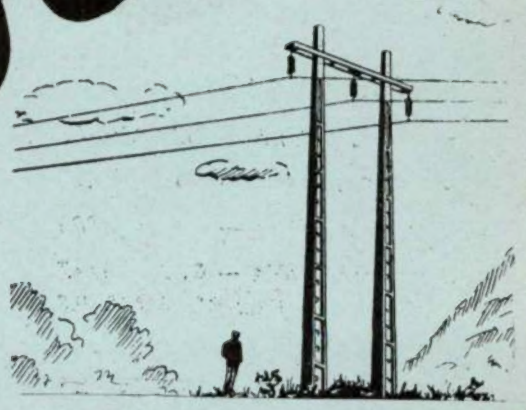
MOSAICOS E AZULEJOS

COLUNAS PARA ILUMINAÇÃO PÚBLICA

MANILHAS PARA ESGOTOS

SOCIEDADE PORTUGUESA

Carvam



RUA D. ESTEFÂNIA, 94-A-LISBOA-1 -TELEF. 47812-50129

Os mais simples e os mais complexos sistemas de iluminação ou de efeitos luminosos são fàcilmente solucionados pelas calhas para alimentação de armaduras que apresentamos. É de salientar que, a relação das combinações possíveis entre os focos luminosos e a simplicidade do sistema torna-o incomparàvelmente económico.

Caracteristicas técnicas
3 fases ou circuitos permitindo comutações
16 amperes de intensidade máxima
por fase ou circuito
2,2 kW de potência por adaptador
Dispomos de vasta gama de armaduras

JF

J. F. DE AZEVEDO E SILVA & Cª LDA.
Rua S.Francisco de Sales, 2-1º
Tel. 654165 · LISBOA

WABCO
An American-Standard Company

MOTO-SCRAPERS AUTO-CARREGADORES

CAPACIDADES ATÉ 34 JARDAS CÚBICAS

NÃO NECESSITA DE TRACTOR PARA EMPURRE!
UMA SÓ MÁQUINA... UM SÓ OPERADOR...

DISTRIBUIDOR EXCLUSIVO

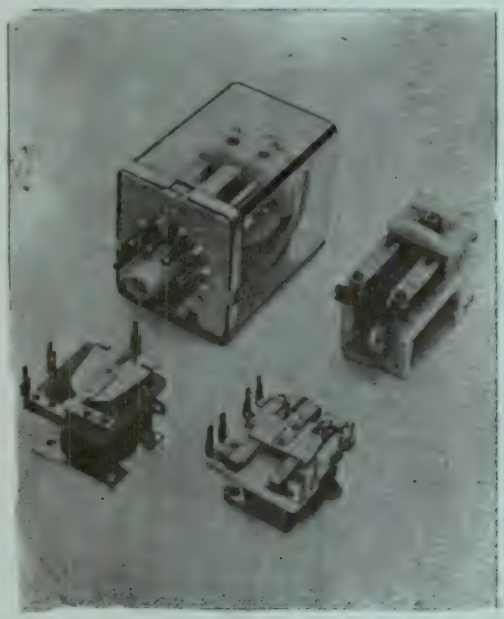
GUEDES & ALMEIDA LDA.

Rua Áurea, 181-2.° — LISBOA-2 — TELEFS. 32 50 80 e 32 78 45

Somos os seus especialistas de componentes electrónicos ... e seus vizinhos também

O Grupo de Componentes da ITT Europe é uma organização multinacional com sólidas ramificações em quase todos os países.
Na Europa Ocidental contamos com 4 modernos laboratórios e centros de investigação científica, 56 unidades fabris e 38 escritórios principais de venda.
Com uma vasta organização não estamos distantes de si.
De facto, V. encontrará a nossa assistência técnica e facilidades de serviço mesmo à sua porta.
Conhecemos bem o seu mercado.
Podemos satisfazer pràticamente todas as suas necessidades de componentes.

Possuímos uma ampla gama de componentes para a indústria de diversão e somos o maior fabricante e fornecedor europeu de componentes electrónicos ao nível profissional. Produzimos, em grandes quantidades, todos os componentes desde o simples condensador electrolítico aos pesados «klystrons».
Verificará que conhecemos os seus problemas: a experiência adquirida aliada aos dados fornecidos pelos nossos centros de pesquisa permitem que antecipemos a resolução dos seus problemas.
É a fertilização de ideias, solicitações e descobertas realizadas pelos recursos globais da ITT que nos tornam, quer local quer internacionalmente, um grupo de companhias impar no campo dos componentes electrónicos.



Exemplos da vasta gama de componentes ITT são os relés fabricados em Portugal que se apresentam na gravura ao lado.

Estes relés abrangem os tipos DL 5, PL 6, ML 8 e SL 7. Os relés DL 5 e PL 6 são de tipo miniatura para aplicação em circuitos de comando e sinalização. Os dois últimos são relés industriais de aplicação geral.
Para cada tipo existem versões diferenciadas de acordo com as características de operação: corrente contínua ou alternada, tensões de bobina, desde 6 V a 220 V, constituição do jogo de contactos e capacidade de corte.

Para informações completas dirija-se a:
STANDARD ELÉCTRICA, S. A. R. L.
Divisão ITT de Vendas de Componentes
Av. da República, 60, 2.º-D.
Lisboa 1
Telef. 765491

COMPONENTES **ITT**

BLOCOS DE CIMENTO LIZ

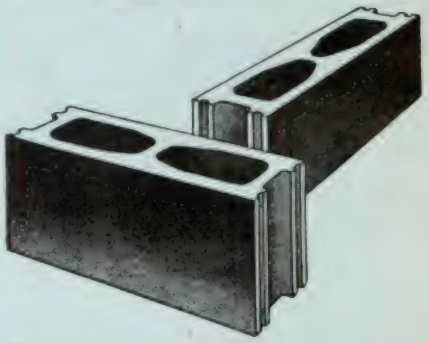
Um material novo para a construção civil

Fabricado segundo a técnica mais avançada com máquinas e matérias primas excepcionais, o **BLOCO DE CIMENTO LIZ** utiliza-se em todos os tipos de construção:

- Paredes resistentes, divisórias e paredes de caves
- Pilares
- Muros e vedações diversas
- Lages para pavimentos

Tanto nestas utilizações como em quaisquer outras, o **BLOCO DE CIMENTO LIZ** reune as seguintes vantagens:

- Baixo custo relativo
- Alta qualidade de acabamento
- Reboco desnecessário
- Excelente isolamento acústico e térmico
- Múltiplos efeitos decorativos
- Impermeabilidade
- Cores variadas
- Peso baixo (blocos leves) ou normal



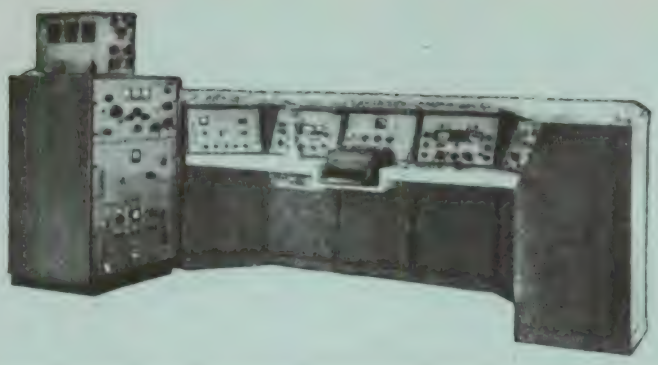
BLOCOS DE CIMENTO LIZ

FURADOS E MACIÇOS

Um produto de alta qualidade distribuido pela

EMPREZA DE CIMENTOS DE LEIRIA, SARL

Encomendas pelos telefones: — 31 30 31 - 31 30 32 - 31 17 96



Comunicações

equipamentos
e sistemas completos

- Cuidadosamente projectados
- Amplamente experimentados
- Completamente integrados

THE TECHNICAL MATERIEL CORPORATION

HEWLETT hp PACKARD

aparelhagem electrónica de medida e registo

Osciloscópios, Oscilógrafos, Voltímetros electrónicos, Geradores de sinal, Contadores electrónicos, Registadores digitais, Fontes de alimentação

Registador digital Dymec

Registador Sanborn

Osciloscopio HP

Contador Electrónico HP

TELECTRA EMPRESA TECNICA DE EQUIPAMENTOS ELECTRICOS, S.A.R.L.

TABELAS PARA O CÁLCULO
DE BETÃO ARMADO

por J.S. Brasão Farinha e Mexia Heitor

Preço 250$00

MANUAL DE HIDRAÚLICA

por Armando C. Lencastre

2.ª edição revista e actualizada

Preço 240$00

TABELAS TÉCNICAS PARA
ENGENHARIA CIVIL

6.ª edição revista e actualizada

por J.S. Brazão Farinha

Preço 200$00

PEDIDOS À «TÉCNICA»

Descontos de 10 °/₀ aos nossos assinantes

técnica

NÚMERO 405 FEVEREIRO DE 1971 ANO XLVI VOLUME XXXIII PUBLICAÇÃO MENSAL

C. D. U. 621.373:519.214.3

GERADOR DE IMPULSOS COM OCORRÊNCIA DE POISSON

Eng.º GOMES CERVEIRA
Assistente da C.E.E.N. e do I.S.T. (*)
Eng.º ONOFRE MOREIRA
Assistente da C.E.E.N.

RESUMO

Este gerador baseia-se numa fonte radio-activa e utiliza um detector de elevada eficiência no sentido de se obter uma distribuição de Poisson. A verificação do funcionamento estatístico do gerador é indicada de forma sucinta. Para além da sua simplicidade é de notar que o gerador se constrói fàcilmente com equipamento laboratorial usual.

SYNOPSIS

It refers to a random pulse generator based on a radioactive source where the detector has high efficiency in order to achieve a Poisson distribution as close as possible. Tests on the pulse distribution are briefly described. Besides its simplicity it can be easily assembled with electronic standard equipment.

Os geradores de sinais com características aleatórias têm uma utilização cada vez mais vasta nos domínios da tecnologia e da investigação. Entre estes geradores iremos considerar os que produzem sequências de impulsos com ocorrência aleatória; se o número de impulsos por intervalo de tempo, seguir uma distribuição de Poisson, a sequência tem propriedades importantes para o processamento e análise de sinais.

Compreende-se, assim, a importância de saber como obter um gerador de impulsos cuja ocorrência tenha uma estatística que se aproxime da lei de Poisson. Esta nota descreve um esquema muito simples e resume os ensaios efectuados para verificação das propriedades do gerador. Mostra-se que o esquema se socorre de aparelhagem normalmente existente em todos os laboratórios e que o gerador cobre a banda das audio-frequências com uma estatística de Poisson cujo elevado nível de confiança se menciona.

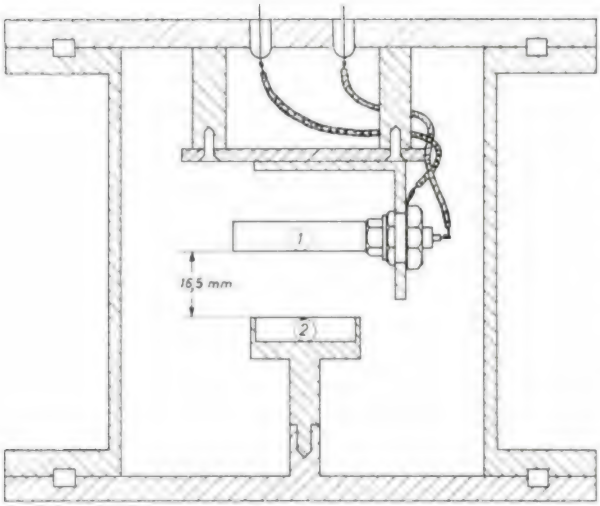
1 — DESCRIÇÃO DO GERADOR

O esquema utilizado baseia-se numa fonte de partículas α cuja distribuição se sabe ser bastante próxima da de Poisson. Para não afectar a distribuição de ocorrência das partículas α deve utilizar-se um detector de elevada eficiência, isto é, que reaja, qualquer que seja a energia das partículas α, e escolheu-se, portanto, um detector do tipo semicondutor.

Como emissor de partículas α utilizámos uma fonte de referência AMR3 com 3.10^5 des./min. e como detector utilizámos o TMEJ 150-100 fabricado pela Ortec. Quer a fonte radio-activa, quer o detector semicondutor se colocaram dentro de uma câmara de latão, a cerca de 17 mm um do outro.

Na fig. 1 indica-se sucintamente a constituição da câmara, cujo fim é o de evitar os perigos de contaminação radioactiva por parte do opera-

(*) Em comissão de serviço na Universidade de Luanda.



① — FONTE AMR 3 COM 3×10^5 des/min

② — DETECTOR TMEJ 150 — 100

Fig. 1

dor. Por meio de um contador Geiger verificou-se que este objectivo se encontrava perfeitamente atingido. Além disso a câmara foi projectada de forma a que fosse possível evacuá-la e trabalhar-se a pressões inferiores à atmosférica. Todos os resultados aqui apresentados foram, todavia, obtidos à pressão atmosférica normal.

A aparelhagem electrónica necessária inclui uma fonte de alimentação para excitação do detector. Na cadeia de processamento é necessário recorrer, tal como se indica na fig. 2, a um pré-amplificador, a um amplificador linear e a um gerador de impulsos comandado (univibrador).

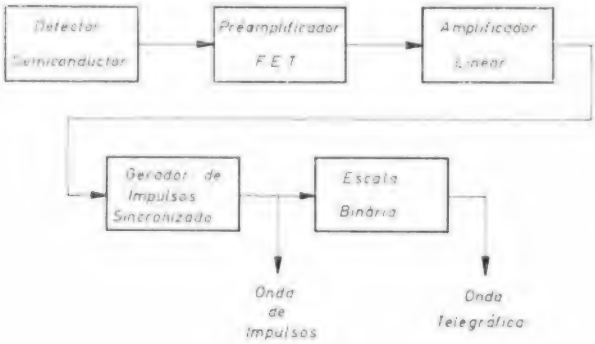
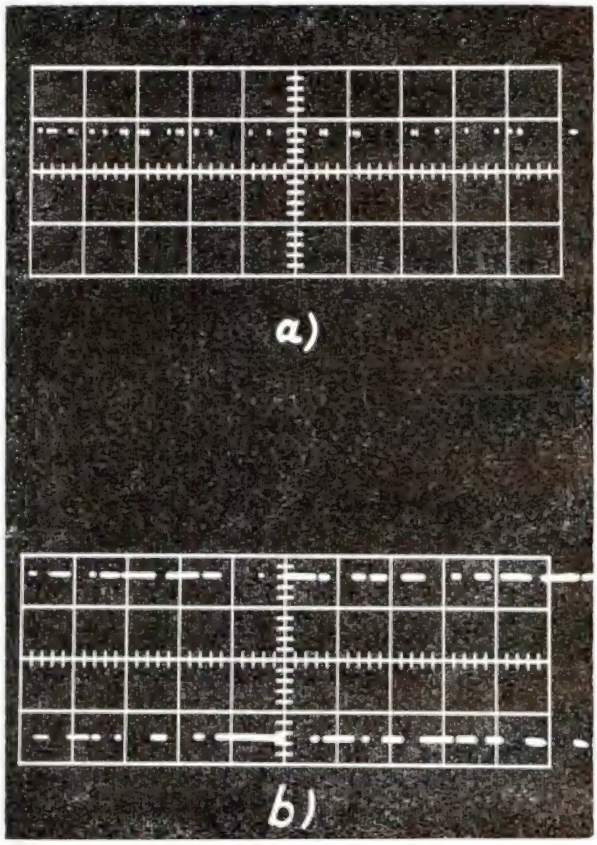


Fig. 2

Esta última unidade permite obter impulsos com uma forma padronizada e independente da forma e amplitude do impulso que lhe dá origem. Incluiu-se igualmente uma escala binária, o que permitiu obter uma forma de onda telegráfica aleatória cuja finalidade foi a de verificar o funcionamento estatístico do gerador. Este equipamento foi totalmente construído no Centro de Estudos de Electrónica mas, dada a gama de frequências de trabalho, as suas características não são de modo nenhum especiais ou críticas.

As formas de onda correspondentes à sequência de impulsos e à sequência telegráfica, tal como se obtiveram num osciloscópio Tektronix 545 são indicadas na fig. 3. O valor de pico dos impulsos é de 10 Volt e a frequência média de ocorrência é de cerca de 125 impulsos por segundo.



a) Onda de impulsos: vertical 2v/cm, horizontal 20 ms/cm (a linha de base foi suprimida por razões fotográficas;

b) Onda telegráfica: vertical 2v/cm, horizontal 20 ms/cm.

Fig. 3

II — VERIFICAÇÃO DO FUNCIONAMENTO ESTATÍSTICO DO GERADOR

Os testes para verificação do funcionamento estatístico do gerador foram de três tipos:

a) Sobre a distribuição estatística do número de impulsos por unidade de tempo;
b) Sobre a distribuição estatística da duração dos intervalos de tempo entre impulsos;
c) Sobre a distribuição espectral da onda telegráfica.

Os testes referidos nas alíneas *a*) e *b*) baseiam-se sobre a sequência de impulsos, mas no teste a que se refere a alínea *c*) foi utilizada a sequência telegráfica.

Inicialmente utilizaram-se nas alíneas *a*) e *b*) testes de hipóteses baseados na máxima verosimilhança [1] e no χ^2 de Pearson [1]. A exposição teórica e a aplicação experimental ao gerador destes testes já se encontra publicado [4] bem como a conclusão de aceitar com elevado grau de confiança a hipótese de o gerador ter estatística de Poisson.

Posteriormente, recorreu-se aos testes de hipóteses baseados nas estatísticas de Cramer-von Mises [2] e de Kolmogorov-Smirnov [2] cujos resultados vieram confirmar a aceitação da estatística de Poisson.

A verificação mencionada na alínea *c*) baseia-se em que, se numa onda telegráfica de valores $\pm$ E as mudanças de estado ocorrerem segundo uma distribuição de Poisson de parâmetro μ, o Espectro Quadrático W (f) tem a seguinte expressão [3], excepto para a frequência nula:

$$W(f) = [RMS(f)]^2 = \frac{E^2}{\pi} \frac{2\mu}{(2\mu)^2 + (2\pi f)^2}$$

em que por RMS (f) se representa o espectro do valor eficaz da tensão.

Considerando valores de frequência $f >> \mu/\pi \simeq$ 40,2 Hz verifica-se que

$$\text{Log RMS}(f) = \frac{1}{2} \text{Log} \frac{2E^2\mu}{\pi} - \frac{1}{2} \text{Log}\left[(2\mu)^2 + (2\pi f)^2\right] \simeq K_1 - \text{Log } f$$

isto é, Log RMS (f) é aproximadamente linear em logaritmo de f. Como da expressão anterior se tira que

$$\text{Log}_{10} \frac{RMS(f)}{RMS(f_o)} \simeq - \text{Log}_{10} \frac{f}{f_o}$$

e porque, por definição

$$20 \text{ Log}_{10} \frac{RMS(f)}{RMS(f_o)} = \left[\frac{RMS(f)}{RMS(f_o)}\right]_{db}$$

$$\text{Log}_2 \frac{f}{f_o} = \left[\frac{f}{f_o}\right]_{oit.}$$

conclui-se, finalmente, que se se medir RMS (f) em decibel e f em oitava, então a inclinação da recta é aproximadamente — 6 db/oit.

$$\left[\frac{RMS(f)}{RMS(f_o)}\right]_{db} = 20 . \text{Log}_{10} \frac{RMS(f)}{RMS(f_o)} = - 20 . \text{Log}_{10} \frac{f}{f_o} = - 20 . \text{Log}_{10} 2 . \text{Log}_2 \frac{f}{f_o} = - 6 \left[\frac{f_o}{f}\right]_{oit.}$$

Utilizou-se este facto para verificar o funcionamento do gerador, pois alterações em relação a ele indicar-nos-iam afastamentos em relação à lei de Poisson sobre a qual se baseia. Determinou-se para tanto, a densidade espectral do valor eficaz RMS (f) para vários valores de frequência e comparam-se os resultados experimentais com aquele facto teórico.

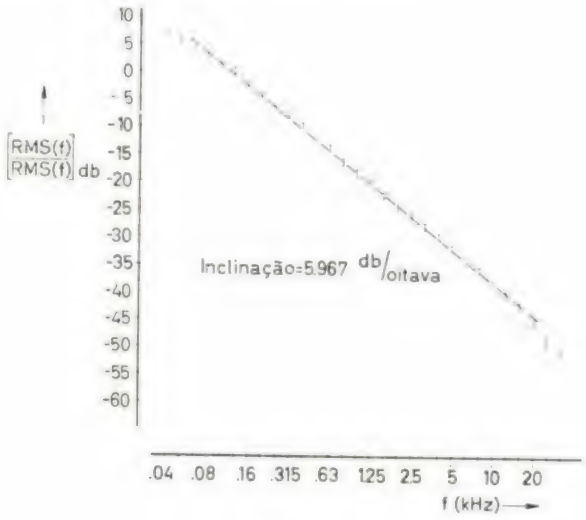


Fig. 4

Na determinação experimental da densidade espectral do valor eficaz, recorreu-se a um analisador espectral (2107 Brüel & Kjaer Spectrometer) e o registo dos valores assim obtidos foi feito num registador de valor quadrático médio (2305 Brüel & Kjaer Level Recorder). Construído o gráfico do nível quadrático, em db utilizando uma escala logarítmica para a frequência, obteve-se o resultado patente na fig. 4.

A linha recta que melhor se adapta aos valores experimentais (a cada um dos quais se associou uma indeterminação de 1 db) tem uma inclinação de -5.967 db/oit., valor que concorda favoràvelmente com -6 db oit., valor teórico da inclinação.

O afastamento em relação a esta recta só é sensível fora do intervalo

(100 Hz, 16 kHz)

pelo que neste intervalo que se verifica ser a banda das audio-frequências, o gerador de impulsos se pode considerar como tendo ocorrência de Poisson. Este teste permitiu, pois, definir uma banda de frequências de utilização do gerador para a qual se pode garantir que a estatística se aproxima da distribuição de Poisson.

BIBLIOGRAFIA

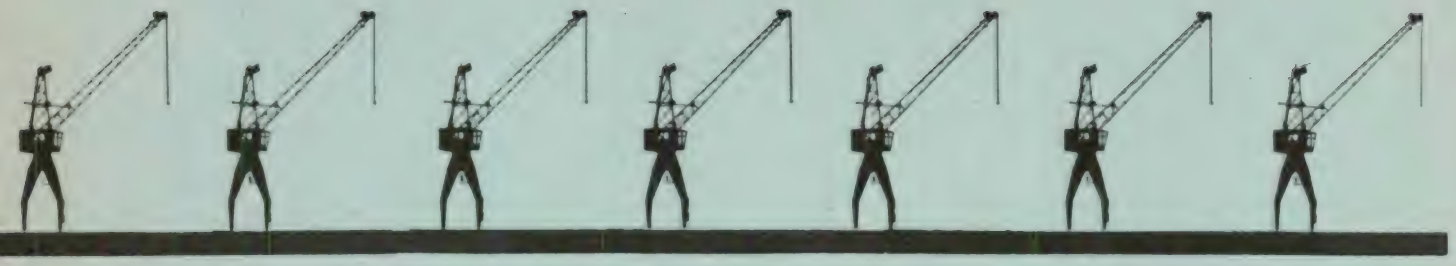
[1] MOOD, A. M., GRAYBILL, F. A.: *Introduction to the Theory of Statistics* (McGraw-Hill, New York, 1963), pp. 308.

[2] COX, D. R., LEWIS, P. A. W.: *Statistical Analysis of Series of Events* (Methuen, London, 1966), pp. 144.

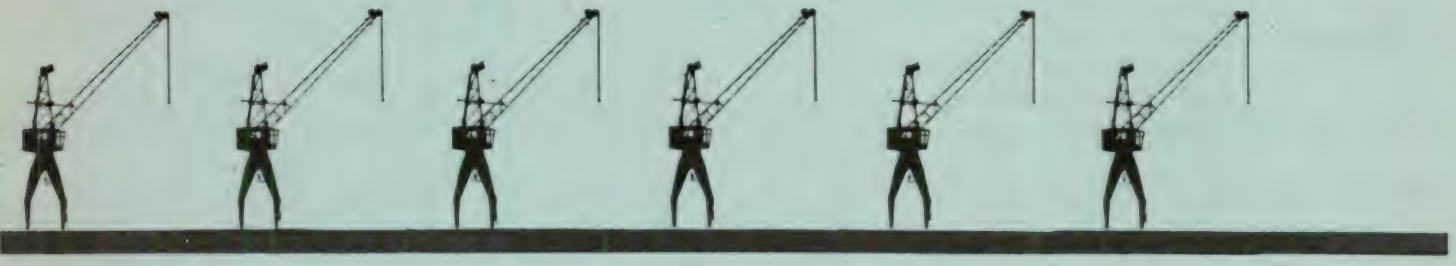
[3] KORN, G. A.: *Random-Process Simulation and Measurements* (McGraw-Hill, New York. 1966), pp. 82.

[4] CERVEIRA, A. C. — *Testes Estatísticos sobre a Distribuição de Probabilidade da População Amostrada.* — *Técnica*, Ano 43, n.º 383, pp. 141-147. (Dezembro 1968).

Progresso pode gerar progresso



o **PORTO DE LISBOA** RENOVA-SE E EXPANDE-SE,
arrastando na sua evolução a indústria nacional de equipamentos



a **AGPL** contratou com a **MAGUE** o fornecimento de
20 novos guindastes

CONSTRUÇÕES METALOMECÂNICAS **MAGUE** S.A.R.L. — ALVERCA — PORTUGAL

Plessey Automática Eléctrica Portuguesa
S. A. R. L.

Fabricante de Material Telefónico, Telecomunicações e Sinalização de Trânsito

Administração, Fábrica e Escritórios:

Avenida Infante D. Henrique, 333 — Lisboa
Telefone 31 31 71

Apartado 1060 — Telegramas: PLESSEY
TELEX 1190 PAEP P

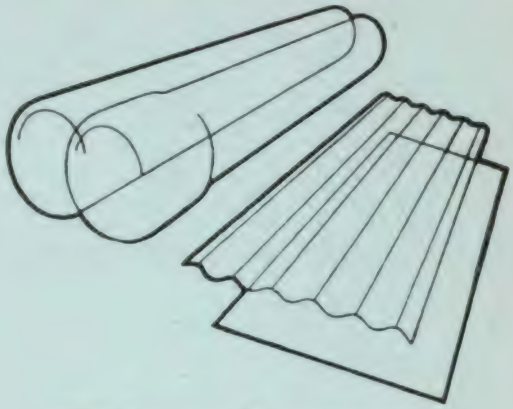
DELEGAÇÕES:

Norte — Rua Gonçalo Cristóvão, 140 - 2.º Esq.
Porto — Telef. 3 39 26 - 38 01 38

Angola — Avenida General Carmona, 70/70 - A
Luanda - Angola — Caixa Postal 6853
Telefone 2 36 21

Moçambique — Rua da Electricidade, 4
Lourenço Marques - Moçambique
Caixa Postal 2686, Telefone 2 56 18

FIBROCIMENTO



Cimianto

TUBAGEM PARA ESGOTOS
E PARA ÁGUAS SOB E SEM PRESSÃO
CHAPAS LISAS E ONDULADAS
PEÇAS MOLDADAS E ACESSÓRIOS

MOSAICOS HIDRÁULICOS

CIMIANTO — Soc. Técnica de Hidrálica, S.A.R.L.
Av. Fontes Pereira de Melo, 14 - Tel. 531161, 560161 - Lisboa

TABELAS PARA O CÁLCULO DE BETÃO ARMADO

por

Brazão Farinha e Mexia Heitor

Preço 250$00
Desconto de 10% aos assinantes

PEDIDOS À

técnica

• SOLDADURA ELÉCTRICA

• MATERIAL DE PROTECÇÃO

Aparelhagem de medidas eléctricas

- indicadora
- reguladora
- registadora

J. ROMA, L.DA

P. da Figueira, 12, 1.º — LISBOA Tel. 865151
P. do Município, 309-6.º S/3 — PORTO Tel. 0236732

C. D. U. 621.603

DRENAGEM DE FLUIDOS NÃO-NEWTONIANOS

por M. MARGARIDO RIBEIRO (*)

RESUMO

A solução do problema de drenagem de um fluido Newtoniano numa placa infinita é bem conhecida [1]. O mesmo problema aplicado a fluidos que seguem os modelos biparamétricos de Bingham e de Ostwald-de Waele não é do conhecimento do autor. Neste artigo pretende-se preencher tal lacuna.

SYNOPSIS

The problem of a Newtonian fluid drainage on an infinite flat surface has a well known solution [1]. The solution for the same problem when applied to fluids wich follow hyperparametrical models (Bingham's and Ostwald-de Waele's models) is unknown by the author. This paper is a trial to solve that problem.

1. INTRODUÇÃO

O problema do escoamento de uma camada residual de fluido newtoniano incompressível numa placa infinita é tratado [1] mediante a substituição da equação da velocidade média para o escoamento em película descendente, em regime laminar estacionário, com linhas de corrente rectilíneas, na equação de balanço material realizado sobre o sistema.

O trabalho presente pretende estender o resultado a fluidos incompressíveis que seguem modelos biparamétricos (modelo de Bingham e de Ostwald-de Waele), com a utilização das mesmas hipóteses, referentes à velocidade.

2. MODELO DE BINGHAM

Este modelo segue a lei:

$$\tau_{xz} = -\mu_0 \frac{dv_z}{dx} \pm \tau_0 \quad \text{para } |\tau_{xz}| > \tau_0 \qquad (1)$$

$$\frac{dv_z}{dx} = 0 \quad \text{para } |\tau_{xz}| < \tau_0 \qquad (2)$$

Dado o sistema de eixos coordenados que será utilizado, τ_{xz} é negativo e portanto a equação (1) transforma-se em:

$$\tau_{xz} = -\mu_0 \frac{dv_z}{dx} - \tau_0 \qquad (1')$$

Para o sistema considerado (fig. 1), a lei de distribuição das tensões de corte é:

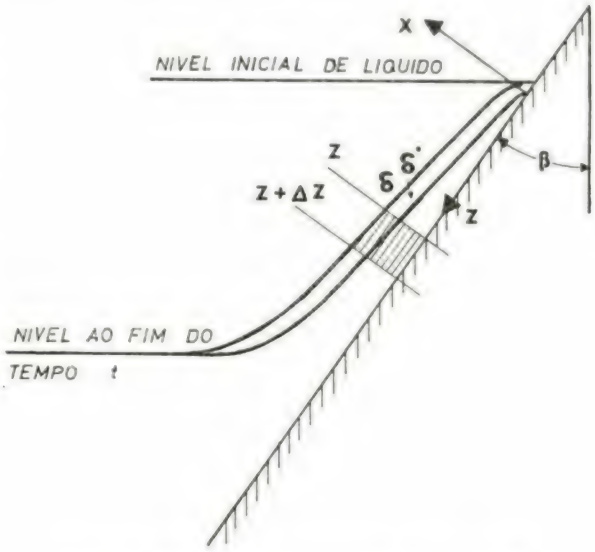


Fig. 1 — Perfil de escoamento, numa secção normal à placa.

$$\tau_{xz} = \rho g \cos\beta \, (x - \delta) \qquad (3)$$

e portanto, o escoamento tampão começa a manifestar-se nos pontos:

$$\delta^* = \delta - \frac{\tau_0}{\rho g \cos\beta} \qquad (4)$$

(*) Assistente do Curso de Engenharia Química da Universidade de Luanda.

Daqui resulta que a espessura da camada em escoamento tampão é constante e igual a $\frac{\tau_o}{\rho g \cos\beta}$.

2.1. Balanço material

A realização de um balanço material sobre o elemento de volume tracejado (fig. 1), de comprimento unitário segundo o eixo dos yy conduz a:

$$\left\{ \left| <v_z> \delta^* \right|_z - \left| v_z \right|_{\delta^*} (\delta - \delta^*) \right\} \Delta t - \left\{ \left| <v_z> \delta^* \right|_{z+\Delta z} - \left| v_z \right|_{\delta^*+\Delta\delta^*} (\delta - \delta^*) \right\} \Delta t = \Delta z \left\{ [\delta]_{t+\Delta t} - [\delta]_t \right\} \quad (5)$$

Dividindo (5) por $\Delta z \Delta t$ e passando ao limite vem:

$$\frac{\partial}{\partial z} (<v_z> \delta^*) + \frac{dv}{d\delta^*} \frac{\partial \delta^*}{\partial z} (\delta - \delta^*) = - \frac{\partial \delta^*}{\partial t} \quad (6)$$

$$\left(\text{notar que } \frac{\partial \delta}{\partial t} = \frac{\partial \delta^*}{\partial t} \right)$$

2.2. Determinação das expressões das velocidades

2.2.1. Velocidade média na zona de gradiente não nulo

A substituição de (1') em (3) seguida de explicitação em ordem a $\frac{dv_z}{dx}$ conduz a:

$$\frac{dv_z}{dx} = \frac{\rho g \cos\beta}{\mu_o} (\delta - x) - \frac{\tau_o}{\mu_o} \quad (7)$$

Integrando e obrigando à condição fronteira de ser $v_z = 0$ para $x = 0$:

$$v_z = \frac{\rho g \cos\beta}{\mu_o} \left(\delta x - \frac{x^2}{2} \right) - \frac{\tau_o}{\mu_o} x \quad (8)$$

e portanto, como:

$$<v_z> = \frac{\int_o^{\delta^*} v_z \, dx}{\delta} \quad (9)$$

virá:

$$<v_z> = \frac{\rho g \cos\beta}{\mu_o} \frac{\delta^{*2}}{3} \quad (10)$$

2.2.2. Velocidade na zona de gradiente nulo

$$v = \left| v_z \right|_{\delta^*} = \frac{\rho g \cos\beta}{\mu_o} \frac{\delta^{*2}}{2} \quad (11)$$

2.3. Determinação do valor de δ

$$<v_z> \delta^* = \frac{\rho g \cos\beta}{\mu_o} \frac{\delta^{*3}}{3} \quad (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (<v_z> \delta^*) = \frac{\rho g \cos\beta}{\mu_o} \delta^{*2} \frac{\partial \delta^*}{\partial z} \quad (13)$$

$$\frac{dv}{d\delta^*} = \frac{\rho g \cos\beta}{\mu_o} \delta^* \quad (14)$$

Substituindo as equações (4), (13) e (14) em (6), vem:

$$\frac{\rho g \cos\beta}{\mu_o} \delta^{*2} \frac{\partial \delta^*}{\partial z} + \frac{\tau_o}{\mu_o} \delta^* \frac{\partial \delta^*}{\partial z} = - \frac{\partial \delta^*}{\partial t} \quad (15)$$

Admitindo uma solução do tipo:

$$\delta^* = f\left(\frac{z}{t}\right) \quad (16)$$

tem-se:

$$\frac{\partial \delta^*}{\partial z} = \frac{1}{t} f' \quad (17)$$

$$\frac{\partial \delta^*}{\partial t} = - \frac{z}{t^2} f' \quad (18)$$

Substituindo estas expressões em (15), dividindo a expressão obtida por $\frac{1}{t} f'$ (a solução $f' = 0$ não interessa, por corresponder a espessura constante, que é a solução equivalente a $t \to \infty$), virá:

$$\frac{\rho g \cos\beta}{\mu_o} f^2 + \frac{\tau_o}{\mu_o} f - \frac{z}{t} = 0 \quad (19)$$

cujas soluções são:

$$\delta^* = -\frac{\tau_o}{2\rho g \cos\beta} \pm$$

$$\pm\sqrt{\left(\frac{\tau_o}{2\rho g \cos\beta}\right)^2 + \frac{\mu_o}{\rho g \cos\beta}\,\frac{z}{t}} \qquad (20)$$

das quais só a solução positiva interessa.

Finalmente, a espessura δ segue a seguinte lei:

$$\delta = \frac{\tau_o}{2\rho g \cos\beta} +$$

$$+\sqrt{\left(\frac{\tau_o}{2\rho g \cos\beta}\right)^2 + \frac{\mu_o}{\rho g \cos\beta}\,\frac{z}{t}} \qquad (21)$$

expressão que satisfaz às condições limites:

A — $z = 0$

$$\delta = \frac{\tau_o}{\rho g \cos\beta} \qquad (22)$$

B — $t \to \infty$

$$\delta = \frac{\tau_o}{\rho g \cos\beta} \qquad (23)$$

C — Caso particular do fluido newtoniano:

$$\begin{cases} \tau_o = 0 \\ \mu_o = \mu \end{cases} \qquad (24)$$

Neste caso:

$$\delta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho g \cos\beta}\,\frac{z}{t}} \qquad (25)$$

Coincide com expressão apresentada em [1].

3. MODELO DE OSTWALD-DE WAELE

A lei é:

$$\tau_{xz} = -m\left|\frac{dv_z}{dx}\right|^{n-1}\frac{dv_z}{dx} \qquad (26)$$

Como o gradiente é positivo, a equação (26) pode exprimir-se:

$$\tau_{xz} = -m\left(\frac{dv_z}{dx}\right)^n \qquad (26')$$

3.1. Balanço material e expressão da velocidade média

A realização de um balanço material sobre a porção tracejada (fig. 2) fornece, depois de divisão por $\Delta z \Delta t$ e passagem ao limite [1]:

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\langle v_z \rangle \delta\right) + \frac{\partial \delta}{\partial t} = 0 \qquad (27)$$

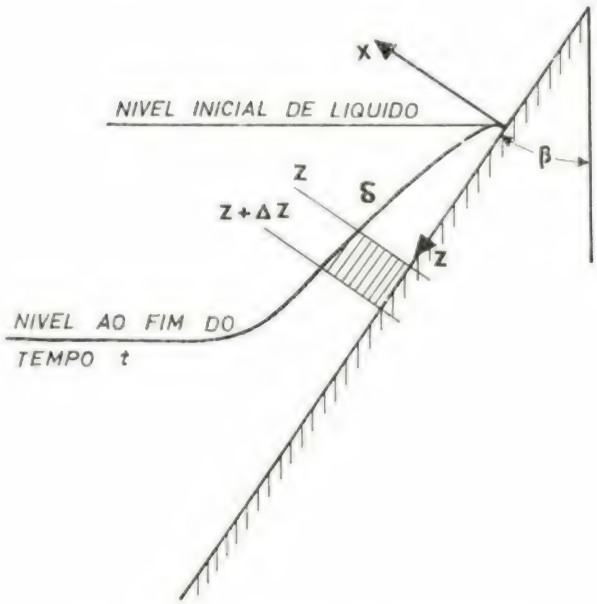


Fig. 2 – Perfil do escoamento, numa secção normal à placa.

De (3) e (26') resulta, explicitando em ordem a $\frac{dv_z}{dx}$, integrando e obrigando à condição fronteira de ser $v_z = 0$ para $x = 0$:

$$v_z = \left(\frac{\rho g \cos\beta}{m}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{n}{n+1}\,\delta^{\frac{n+1}{n}}\left[1 - \left(1 - \frac{x}{\delta}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right] \qquad (28)$$

à qual corresponde um valor médio:

$$\langle v_z \rangle = \frac{n}{2n+1}\left(\frac{\rho g \cos\beta}{m}\right)^{\frac{1}{n}} \delta^{\frac{n+1}{n}} \qquad (29)$$

3.2. Determinação do valor de δ

Substituindo (29) em (27), admitindo uma solução do tipo:

$$\delta\,(z,t) = \Psi\,(z)\;\varphi\,(t) \tag{30}$$

e separando variáveis, obtém-se:

$$\left(\frac{\rho\, g\, \cos\beta}{m}\right)^{\frac{1}{n}} \Psi^{\frac{1}{n}} \frac{d\Psi}{dz} = -\frac{1}{\frac{2n+1}{n}} \frac{d\varphi}{dt} = C_1 \tag{31}$$

equações que integradas e sujeitas às condições aos limites (espessura nula no ponto $z = 0$, para todos os instantes além do inicial e espessura infinita no instante inicial) dão origem a:

$$\Psi = \left[C_1 \frac{n+1}{n} \left(\frac{m}{\rho\, g \cos\beta}\right)^{\frac{1}{n}} z\right]^{\frac{n}{n+1}} \tag{32}$$

e

$$\varphi = \left[C_1 \frac{n+1}{n}\, t\right]^{-\frac{n}{n+1}} \tag{33}$$

e portanto:

$$\delta = \left(\frac{m}{\rho\, g \cos\beta}\right)^{\frac{1}{n+1}} \left(\frac{z}{t}\right)^{\frac{n}{n+1}} \tag{34}$$

que satisfaz ao caso particular de fluido newtoniano ($m = \mu$, $n = 1$):

$$\delta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho\, g \cos\beta}\, \frac{z}{t}} \tag{25}$$

AGRADECIMENTO

O autor agradece ao Engenheiro Bento Leal, do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Luanda, a colaboração e sugestões que tornaram possível este trabalho.

NOMENCLATURA

- g — aceleração da gravidade
- m, n — parâmetros da lei de Ostwald-de Waele
- v_z — velocidade do fluido segundo z
- $\langle v_z \rangle$ — valor médio da velocidade do fluido segundo z, nas zonas de gradiente variável
- v — valor da velocidade v_z nos pontos $z \in [\delta^*, \delta]$
- β — inclinação da placa em relação à vertical
- δ — espessura da camada de fluido
- δ^* — espessura da camada de fluido de Bingham em que o gradiente de velocidade é variável
- ρ — densidade do fluido
- μ — viscosidade do fluido
- μ_0, τ_0 — parâmetros da lei de Bingham
- τ_{xz} — força de corte que se exerce num plano normal a x, segundo z
- x, y, z — coordenadas rectangulares
- t — tempo.

BIBLIOGRAFIA

[1] — Bird, R. B.; Stewart, W. E.; Lightfoot, E. N. *Transport Phenomena*, John Wiley & Sons, Inc. 1960.

Ar, oxigénio, azoto
hidrogénio, comprimidos
e liquefeitos.
Argon, gases raros extraídos
do ar.
Gases especiais e mistura
de gases.
Soldadura oxi-acetilénica,
oxi-corte.
Soldadura por arco eléctrico.
Equipamentos para a soldadura
em atmosfera de gás inerte
e CO_2, semi-automática e automática.
Metais e equipamentos para
Metalização.

ARLIQUIDO

FÁBRICAS:
LISBOA
PORTO
MAIA
ÁGUEDA
SETÚBAL
PONTA DELGADA

Meio século de experiência

DEPÓSITOS EM:
AVEIRO
BEJA
BRAGA
COIMBRA
ÉVORA
FUNCHAL
TORRES NOVAS
VISEU

A utilização de betão pronto impôs-se
ao dono da obra,
ao técnico responsável
e ao empreiteiro
porque garante qualidade,
rapidez e economia
em relação
a um betão fabricado em estaleiro.

Consulte-nos.

Os nossos serviços técnicos
e comerciais
terão o maior prazer em prestar
todo o apoio
e colaboração
que nos forem solicitados.

UMA NOVA MARCA
DE BETÃO PRONTO

JOMATEL

FILTROS TECIDOS

PARA GAZES E LÍQUIDOS
EM PEÇAS, PANOS, MANGAS OU SACOS

DE QUALQUER FIBRA NATURAL OU SINTÉTICA

FANAFEL

FÁBRICA NACIONAL DE FELTROS INDUSTRIAIS
SOCIEDADE LIMITADA

APART.: 9
TELEFS.: 52091 PBX
TELEG.: FELTROS

OVAR
PORTUGAL

ESCRITÓRIO E FÁBRICA
ESTRADA DE S. JOÃO

Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações, L.da

(SONDADORA)

SONDAGENS geológicas e geotécnicas — CAPTAÇÕES de águas subterrâneas — REBAIXAMENTOS do nível freático — CONSOLIDAÇÕES E ESTABILIZAÇÃO do solo — INJECÇÕES DE CIMENTO e outros produtos — INFRAESIRUTURAS de barragens, túneis e pontes — FUNDAÇÕES de todos os tipos

Única Empresa da especialidade com sede no Ultramar Português

DELEGAÇÃO - LISBOA
Tr. do Guarda Mór, 13-r/c
Tel. 32 46 93 e 21 32 56

SEDE - LUANDA
R. Francisco Newton, 389/393
C.P.: 2178 - Tel. 81 89 7

MOÇAMBIQUE
L. Marques - C.P. 982 - Tel. 74 11 21
Beira - C.P. 1002 - Tel. 7 14 97

C. D. U. 627.4:519.2

OPTIMIZAR A UTILIZAÇÃO DUM SISTEMA HIDRÁULICO APLICANDO A PROGRAMAÇÃO DINÂMICA

por: LUÍS VALADARES TAVARES
Engenheiro Civil (I. S. T.)
Master in Operational Research
(M. A., LANCASTER)

RESUMO

Neste artigo apresentam-se alguns dos pontos principais dum método desenvolvido para melhorar a utilização duma bacia hidrográfica cuja finalidade primordial é tornar possível o abastecimento de água a certa região. Para poder definir uma política óptima de regularização dos caudais através do controlo dos níveis de água dos reservatórios incluídos nessa bacia será necessário atender à possível ocorrência de cheias, por vezes causadoras de graves prejuízos.

A aplicação da Programação Dinâmica a este problema torna possível a sua resolução.

Este estudo foi feito considerando como exemplo a bacia do rio Dee, no País de Gales, para a qual se apresentam alguns dos resultados obtidos.

SYNOPSIS

In this paper, it is presented a method to improve the utilization of water resource systems having as main purpose to supply water. To determine the optimal policy for reservoir operations, the occurrence of floods has also to be considered because their effects are sometimes very important.

Dynamic Programming is successfully used to solve this problem.

Using data coming from the river Dee basin, in North Wales, some of the derived results are herein presented.

1. Os benefícios, os custos e a complexidade crescentes dos sistemas hidráulicos têm vindo a acentuar a necessidade de optimizar não só o seu projecto mas também o modo como são utilizados. Em muitos problemas de optimização do âmbito da Engenharia Civil tem prevalecido a tendência de considerar como dados inalteráveis os objectivos do empreendimento (isto é, os seus benefícios) considerando apenas como variáveis os meios utilizados para os atingir e que estão associados a certos custos.

Esta atitude (de sub-optimização) conduz, com frequência, a soluções bastante afastadas das mais económicas pelo que se tem vindo a acentuar a necessidade de o objectivo do projecto ser também tomado como variável passando a considerar tal realização como uma parcela dum plano mais vasto e global de empreendimentos.

Para contabilizar os custos e os benefícios resultantes da interacção estabelecida entre o sistema e o exterior é essencial, antes do mais, definir criteriosamente as suas fronteiras, o que por vezes é mais nebuloso do que se poderia julgar. É clássico o exemplo de pretender avaliar os benefícios provenientes de certa obra de irrigação para o que se consideraram não só os seus próprios benefícios mas também os provenientes de outros sistemas associados.

Determinar o valor dos custos (C) e muito especialmente o dos benefícios (B) é tarefa bastante difícil até porque estes assumem geralmente formas muito diversas. Só se uns e outros forem exprimíveis nas mesmas unidades poder-se-á definir uma função utilidade do sistema ($U = B - C$) pois no caso contrário será apenas possível definir a sua eficácia ($E = B/C$).

Os estudos relativos à utilização dos sistemas hidráulicos embora se apresentem sob formas muito diversas têm sempre um mesmo objectivo: estabelecer sistemas de regras que permitam ao longo do tempo tomar as decisões mais aconselháveis em função da informação disponível. Verifica-se geralmente que:

a) A previsão dos efeitos das várias decisões possíveis deve ser feita atendendo à estocasticidade do sistema;

b) Tal como é habitual nos estudos de planeamento será necessário definir um limite no tempo, horizonte até ao qual se façam essas previsões;

c) A informação disponível varia com o instante considerado;

d) A utilização do sistema implica tomadas de decisão sequenciais;

e) Geralmente apenas é possível definir a eficácia do sistema e não a sua utilidade.

Em muitos dos projectos realizados neste domínio tem sido essencial a directa colaboração entre técnicos de Investigação Operacional e de Hidráulica ([1]).

2. O sistema em estudo é constituído pela bacia hidrográfica do rio Dee. Este rio nasce nas montanhas de Merionethshire no País de Gales, possui uma bacia hidrográfica com cerca de 400 milhas quadradas de área e vai desaguar na Baía de Liverpool (Fig. 1). Três importantes reservatórios contribuem com as suas águas para os caudais escoados no Dee: Bala, Alwen e Celyn. Os dois primeiros são naturais enquanto que o terceiro é artificial. Só Bala e Celyn (com as capacidades de 15 e 81 milhões de m^3, respectivamente) são controláveis.

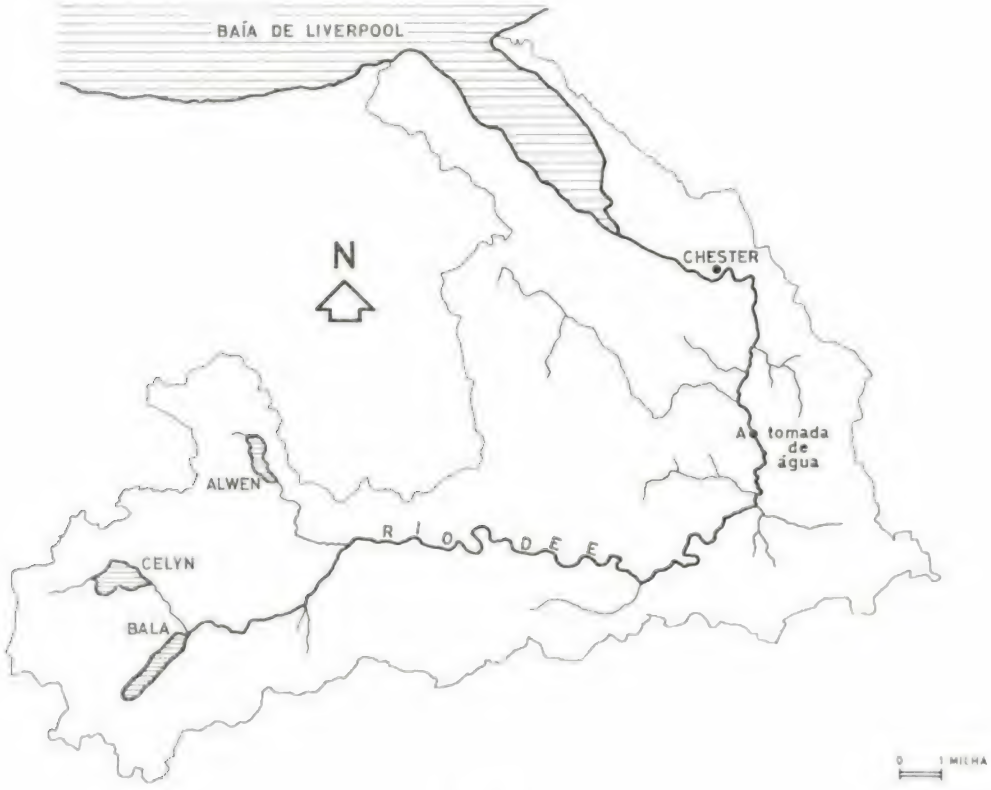


Fig. 1

Os caudais escoados na secção A deste rio são decomponíveis em duas parcelas:

$$E = E_1 + E_2$$

E — Escoamento total

E_1 — Escoamento proveniente das bacias próprias de Bala e Celyn

E_2 — Escoamento proveniente da restante área da bacia hidrográfica do Dee, a montante de A.

([1]) Como exemplos são de destacar as investigações feitas na Califórnia pelo Stanford Research Institute e pelo Water Resources Centre (University of Califórnia) e em Inglaterra pelo Departament of Operational Research (University of Lancaster). Este trabalho procura apresentar alguns dos pontos principais dum projecto realizado neste último departamento por J. C. Wilkinson (orientador), D. J. Ashton, o autor deste artigo, A. R. Waters e R. Williams.

Enquanto que o valor de E_1 é regulável o de E_2 não o é.

As formas por que este sistema hidráulico é útil são de natureza muito diversa, tal como é aliás usual. A finalidade principal consiste em garantir o abastecimento de água a certa população e os benefícios secundários são numerosos (constituir um importante meio de transporte, fomentar a indústria do turismo na região, etc.). Os principais benefícios negativos são os prejuízos provocados pelas inundações. Estes prejuízos englobam perdas materiais e efeitos de carácter sócio-político. Com efeito, esta região do País de Gales é das que apresenta aspirações mais vivas de emancipação regional e como as autoridades responsáveis pelo controlo dos níveis de água nestes reservatórios são inglesas, a ocorrência duma cheia é sempre motivo para a população local apresentar inúmeros protestos, por vezes de forma violenta.

Diminuir a frequência e a dimensão das inundações exigirá que se mantenham nos reservatórios os níveis de água tão baixos quanto possível. Em contrapartida, assegurar maiores caudais para abastecimento implicará manter em cotas máximas esses níveis. Pretende-se, portanto, obter um compromisso óptimo entre dois objectivos em conflito.

A análise hidrológica da bacia mostrou que as cheias podem ser provocadas por períodos de precipitação intensa de pouco mais de quatro horas enquanto que as secas exigem períodos de estiagem de dois ou três meses.

Atendendo à existência desta diferença entre escalas no tempo para cheias e secas e ao facto de as autoridades locais entenderem que o abastecimento de água é um objectivo manisfestamento prioritário, adoptou-se a seguinte atitude:

1) Maximizar o caudal de abastecimento, fornecido com uma certa garantia, estabelecendo quais os níveis mínimos a manter nos reservatórios ao longo do tempo. Obter-se-á, deste modo, uma política de regularização a médio e longo prazo.
2) Respeitando os níveis limites anteriormente determinados, definir uma estratégia de controlo a curto prazo do sistema que minimize a ocorrência de cheias.

Neste artigo apenas se apresenta a resolução do primeiro ponto.

3. O que há de controlável neste sistema hidráulico é o modo de regular o nível de água em Bala e Celyn. As suas bacias hidrográficas têm características bastantes semelhantes no que respeita à pluviosidade e as suas áreas estão na razão de 1 para 3. A zona de Bala é (ao contrário da de Celyn) uma das áreas em que as inundações têm efeitos mais desastrosos pois a cidade de Bala situa-se junto a esse reservatório e não dispõe de qualquer protecção. A capacidade do reservatório de Bala representa apenas 15 % do total armazenável em Bala e Celyn. Bala terá uma função de desprezar enquanto reservatório que acumule volumes de água significativos para o abastecimento de água.

Tem-se ainda que o problema das secas, como já foi dito, se situa numa perspectiva de médio e longo prazo ao contrário do das cheias. Por todos estes factos, é recomendável que se considere Bala como um reservatório destinado apenas à regularização de ondas de cheia durante períodos de tempo (curtos) em que se verifiquem escoamentos máximos. No estudo da minimização da frequência de ocorrência das secas, ignorar o reservatório de Bala traduzir-se-á na introdução dum erro desprezável que será sempre a favor da segurança. Para este efeito, o sistema inicial será redutível ao da figura 2 ($E_1 = E_c$ e $E_2 = E_t - E_c$).

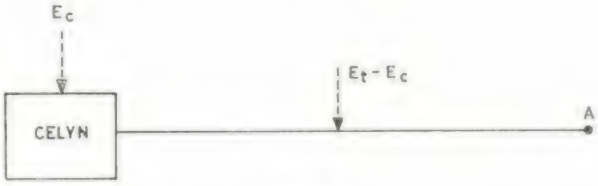


Fig. 2

Os dados de que se pode dispor são escassos. Conhecem-se os escoamentos naturais mensais em Bala e Erbistock (secção A) durante 11 anos e em Celyn durante 2 anos compreendidos entre os primeiros.

Os dados referentes à pluviosidade apenas permitem concluir que o período dos 11 anos referidos tem características médias.

Verificou-se que, a menos de desvios extremamente reduzidos, existe a seguinte relação:

$$E_C = 0{,}25\ E_B$$

Sendo: E_B — Escoamento mensal em Bala
E_C — Escoamento mensal em Celyn

Consequentemente, o volume de água acumulado durante um mês em Celyn será:

$$V = 0{,}25\, E_B - D_a$$

Sendo: D_a — Pedido mensal de água armazenada, para abastecimento.
D — Pedido mensal de água, para abastecimento.

Análise estatística dos dados permitiu concluir que $\ln E_2$ segue uma distribuição normal com média igual a $\ln (k E_B + B)$ sendo k, B e a variância constantes.

Como era previsível, o valor do pedido de água armazenada depende, portanto, do escoamento proveniente da zona da bacia hidrográfica de águas não regularizáveis.

Todavia, os sucessivos valores mensais de E_B não são independentes pelo que não será lícito considerá-lo caracterizado apenas por uma lei de distribuição estatística. O modelo apropiado é a consideração de E_B como um processo estocástico realizado num espaço de dimensão igual a 12, em que os valores de E_B ao longo dos 12 meses constituem uma família de 12 variáveis aleatórias definidoras do processo. Foram assim estimadas 12 distribuições para os escoamentos verificados nos 12 conjuntos de 11 meses. O tipo de distribuição que se mostrou mais adequado foi o da distribuição Gama com parâmetros variáveis de mês para mês.

Utilizando os escoamentos não regularizáveis dessazonalizados obtiveram-se os seguintes coeficientes de correlação (Tabela 1).

Usando estes novos valores é possível afirmar que E_2 estará distribuído segundo uma certa lei com média (μ) e variância (σ^2) constantes e que a distribuição de V será condicionada pelos valores de E_2. Aplicando a fórmula de Bayes foi possível estimar a distribuição de V com parâmetros μ_V e $\sigma_V{}^2$ constantes. Por definição, a seca resulta da incapacidade de satisfazer certo pedido, isto é, de o pedido de água armazenada não poder ser satisfeito o que se verifica quando o nível de água no reservatório se encontra abaixo de certo valor mínimo. Pode-se portanto definir

TABELA 1

Função de autocorrelação de escoamentos mensais em Bala (1957-1967)

(Meses)	Usando valores reais	Usando valores dessazonalizados
0	1.000	1.000
1	0.273	0.010
2	0.063	— 0.067
3	0.006	0.064
4	— 0.167	— 0.063
5	— 0.314	— 0.108
6	— 0.291	0.048
7	— 0.219	0.051
8	— 0.069	0.092
9	— 0.098	— 0.103
10	— 0.009	— 0.166
11	0.385	0.178
12	0.373	— 0.013
13	0.240	— 0.039
14	0.250	0.248
15	— 0.043	— 0.039
16	— 0.184	— 0.113
17	— 0.202	0.089
18	— 0.336	— 0.013

seca como a descida do nível de água existente no reservatório abaixo duma certa cota limite.

4. O objectivo deste trabalho é, pois, o seguinte:

Para um certo nível de água B, valor de probabilidade p, e prazo h, determinar uma série de níveis de retenção ao longo do tempo, L (t), tais que, para qualquer instante t, em que o presente nível de água x (t) seja L (t), a probabilidade de que o nível de água permaneça superior a B, pelo menos até t + h, seja igual a p.

A resolução deste problema será conseguida atravez da Programação Dinâmica que, como se sabe, é baseada no Princípio de Bellman.

Discretizando, consideram-se 12 intervalos de tempo coincidentes com os 12 meses do ano.

Pretende-se L_i ($i = 1, \ldots, 12$) tais que, se $x_j = L_j$ no mês j, então a probabilidade de $x_k > B$, para todo o K inferior ou igual a $j + h$ superior a j, será igual a p.

Seja f (x, i, n) a probabilidade de que não ocorra seca nos próximos n meses, sendo x

o nível de água no mês i (1, ... , 12). Sendo y_i o volume de água útil que entrou no sistema no mês i, ϕ_i (y_i) a sua função densidade de probabilidade e $\Phi_i(y_i)$ a sua função de distribuição, existirá a seguinte relação de recorrência:

$$f(x,i,n) = \int_{-\infty}^{L_{i+1}-x} f(x+y_i, i+1, n-1)\,\phi_i(y_i)\,dy +$$

$$+ f(L_{i+1}, n+1, n-1)\,[1-\Phi_i(L_{i+1}-x)]$$

$$(\text{se } i=12,\ i+1=1)$$

Sendo $Z_i = y_i - S_i$ em que S_i representa o valor médio de y_i

$$f(x,i,n) = \int_{-\infty}^{L_{i+1}-x-S_i} f(x+S_i+Z_i, i+$$

$$+1, n-1)\,\phi_i(Z_i)\,dz_i + f(L_{i+1}, i+1, n-1) \times$$

$$\times [1+\Phi(L_{i+1}-x-S_i)]$$

Começando com $f(x,i,0)=1$ podem-se calcular os valores até $f(x,i,n)$ para cada x $(B \leqslant x \leqslant L_i)$, para cada i $(i=1, \ldots, 12)$ e para valores sucessivos de n $(n=1, \ldots, N)$.

Calculam-se assim as probabilidades de não haver seca em função dum conjunto de níveis de água no reservatório. O que se pretende é obter os níveis correspondentes a uma certa probabilidade de seca. A relação $p_i = f(L_i, i, N)$ não permite ser analìticamente invertida para obter $L_i = g(p_i, i, N)$

$$\text{Sendo } \bar{r} = \begin{Bmatrix} L_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ L_i \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ L_{12} \end{Bmatrix} \text{ e } \bar{p} = \begin{Bmatrix} p_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ p_i \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ p_{12} \end{Bmatrix}$$

procedeu-se do seguinte modo:

Determinou-se $\bar{r}^*$ sendo conhecido $\bar{p}^*$ e T tal que

$$\bar{p}^* = T(\bar{r}^*)$$

$\bar{r}_o$ é a solução inicial: $\bar{p}_o = T(\bar{r}_o)$

$\bar{\varepsilon}_i$ será o vector variação de $\bar{r}$ do

$$\text{tipo} \begin{Bmatrix} 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \varepsilon_i \\ \cdot \\ \\ 0 \end{Bmatrix} \text{ e } \bar{p}_{oi} = T(\bar{r}_o + \bar{\varepsilon}_i)$$

$$\bar{p}_{o(i)} - \bar{p}_o \simeq \left[\frac{\partial \bar{p}_o}{\partial \bar{r}_o}\right]_i$$

Variando i de 1 a 12 pode-se construir a matriz D em que

$$D_{ij} = \frac{\partial p_{o(i)}}{\partial r_{o(j)}}$$

Então:

$$\partial \bar{p}_{o(i)} = \sum_{j=1}^{12} \partial r_{o(j)} \quad \frac{\partial \bar{p}_{o(i)}}{\partial \bar{r}_{o(j)}}$$

Portanto $\bar{p}_o = D\,\partial \bar{r}_o$ ou $\bar{r}_o = D^{-1}\,\partial \bar{r}_o$.

Substitui-se a solução inicial $\bar{r}_o$ por $\bar{r}_1 = \bar{r}_o + \partial \bar{r}_o$.

O processo será dado por terminado quando se considerar ser $\bar{p}_k$ suficientemente aproximado de $\bar{p}$.

4. Fazendo B = 897 pés (corresponde a um volume de água armazenada de 18 milhões de m^3), h = 5 anos e p = 0.825 obtiveram-se os seguintes níveis que contrastam com os que tradicionalmente se usaram (fig. 3).

Usando uma certa série de níveis foram calculadas as probabilidades de não haver seca em 1, 2, 3 e 4 anos e constatou-se que a curva obtida era a que resultava de se admitir que o intervalo de tempo entre secas seguia uma lei exponencial negativa. Impondo que essa lei tome, exactamente, o valor verificado para o período de 1, 2, 3 ou 4 anos verificou-se que a curva se adapta tanto melhor quanto maior é esse período (tabela 2).

Com os níveis óptimos obtidos para p = 0.825 em 5 anos, foram calculados os valores de p para períodos de duração até aos 25 anos. Uma vez mais o intervalo de tempo entre secas (ΔT) seguiu uma lei aproximadamente igual à da distribuição exponencial negativa (fig. 4).

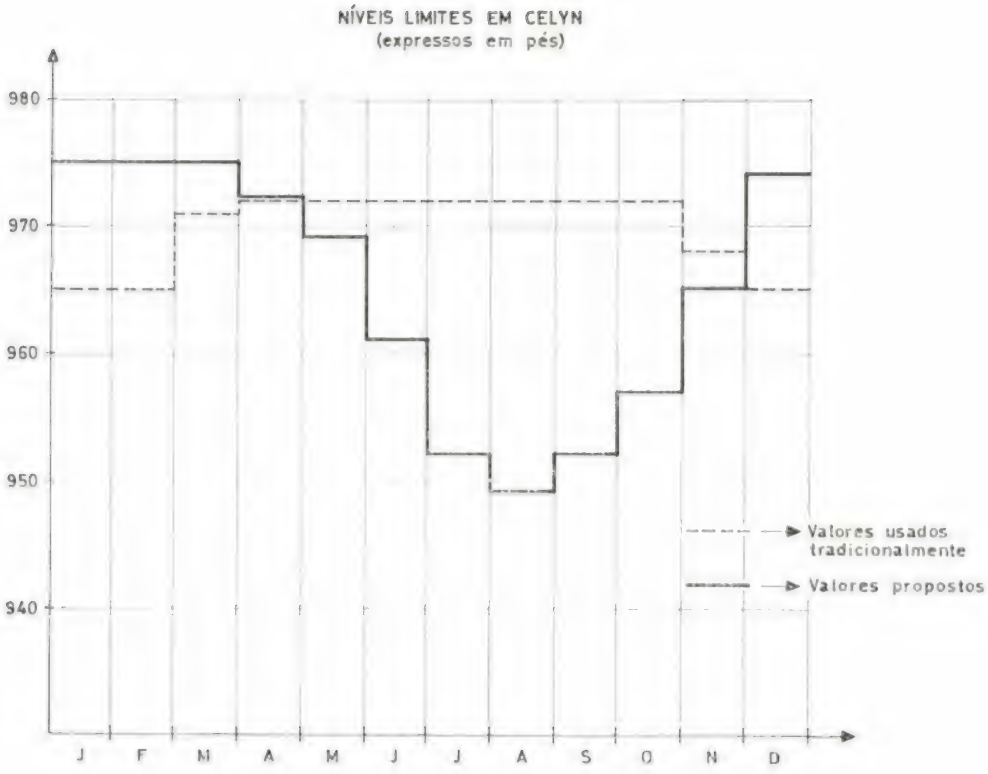


Fig. 3

TABELA 2

Probabilidade de não ocorrência de seca utilizando o método apresentado e a lei de distribuição exponencial negativa. Apresentam-se, como exemplos, os valores obtidos para o mês de Janeiro e Junho.

JANEIRO

Tempo (Anos)	1	2	3	4
Método apresentado	0,981	0,937	0,892	0,848
Exponencial negativa (t = 1)	(0,981)	0,962	0,944	0,926
Exponencial negativa (t = 2)	0,968	(0,937)	0,908	0,878
Exponencial negativa (t = 3)	0,963	0,927	(0,892)	0,859
Exponencial negativa (t = 4)	0,960	0,921	0,884	(0,848)

JULHO

Tempo (Anos)	1	2	3	4
Método apresentado	0,999	0,970	0,925	0,880
Exponencial negativa (t = 1)	(0,999)	0,998	0,997	0,996
Exponencial negativa (t = 2)	0,985	(0,970)	0,955	0,941
Exponencial negativa (t = 3)	0,974	0,949	(0,925)	0,901
Exponencial negativa (t = 4)	0,969	0,938	0,909	(0,880)

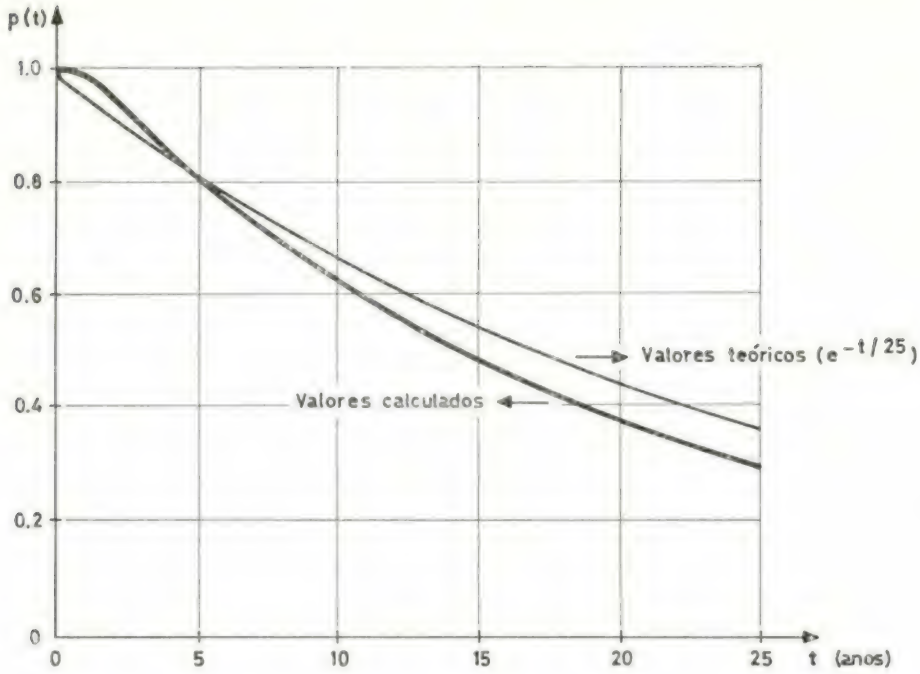


Fig. 4

Pode-se então concluir que o número de secas verificadas num período de tempo T seguirá a lei de Poisson com média $\mu = \lambda T$. Sendo T igual ao valor médio do intervalo de tempo entre secas ($^{\mu}\Delta T$), a probabilidade de não ocorrer nenhuma seca em t anos será

$$p(t) = e^{-\frac{t}{T}}$$

Só devido a esta conclusão existirá uma correspondência biunívoca entre p (t) e T.

Como neste caso $t = 5$ anos e $p = 0.825$, os níveis obtidos correspondem a ocorrência de secas com um intervalo de tempo médio de 25 anos. Consequentemente, a probabilidade de se verificar pelo menos uma seca em 25 anos será de 0.63.

BIBLIOGRAFIA

1. Bellman, R., *Dynamic Programming*, Princeton University Press (1957).

2. Bellman, R., e Dreyfus, S., *Applied Dynamic Programming*, Princeton University Press (1962).

3. Hall, W. A., e Buras, N, *The Dynamic Programming Approach to Water Resources Development*, Journal of Geophysical Research, Vol. 66, N° 2, Fev. 1961, pp 517-520.

4. Harboe, R, Mobasheri, F., e Yeh, W., *Optimal Policy for Reservoir Operations*, Journal of the Hidraulics Divisions, Proceeding of the A. S. C. E., N.° 11, Nov. 1970, pp 2297-2307.

5. Keckler, W. G, *Reservoir Management and Policy Iterations*, Tecnical Memorandum, Stanford Research Institute Menlo Park, Califórnia, June (1969).

6. Larson, R E., e Keckler, W. G., *Applications of Dynamic Programming to the control of Water Resource Systems*, Automatica, Vol. 5, pp 15-26, 1969.

7. Mobasheri, F, *Economic Evaluation of o Water Resources Development Project in a Developing Nation*, University of Califórnia, Water Resources Centre, Contribution N.° 126, July (1968).

FEIRAS, CONFERÊNCIAS, EXPOSIÇÕES E CURSOS NO MUNDO

OBJECTIVO E PROGRAMA	LOCAL, DATAS, ORGANIZAÇÃO, INFORMAÇÕES
Introdução à Informática de Gestão	Luanda, Maio-71 INII e Associação Industrial de Angola R. de Buenos Aires, 28, 1.º — Lisboa-2 Tel. 67700 7/8/9
Idem	Lourenço Marques, Maio-71 INII e Associação Industrial de Moçambique
Custos de Exploração. Síntese do Ciclo de Gestão Industrial	Lisboa, 3-7 Maio-71 INII
A Organização de Empresas e de Estaleiros de Construção Civil	Lisboa, 3-13 Maio-71 INII
75th Casting Conference of the American Foundrymen's Society. (Tecnologia da Fundição)	Milwaukee, Wis, EUA, 3-5 Maio-71 American Foundrymen's Society, Golf and Wolf Rds., Des Plaines Illinois 60016 — E. U. A.
3ème Conference sur l'Hydrodinamique de l'Océan	Liège (Bélgica) 3-8 Maio-71 M. Claude J. Frankgnoul, Institut de Mathématiques, 15, Av. des Tilleuls, 4000 Liège (Bélgica)
Corrosion Protection by Organic Coatings. Temas a tratar: 1 — Teoria 2 — Preparação de Superfícies 3 — Aplicação de Materiais e Técnicas Modernas 4 — Tecnologia dos Recobrimentos Orgânicos 5 — Instalações e Equipamentos Modernos 6 — Métodos de Ensaio 7 — Problemas Económicos que apresenta a Protecção contra a Corrosão Mediante o Emprego de Pinturas e Recobrimentos Orgânicos	Budapeste, 3 8 Maio-71 Gepipart Tudományos Egyesület, Sabadsag Tér 17, Budapeste V, Hungria Idiomas Oficiais: Inglês, Alemão e Húngaro com traduções simultâneas
Conception, Études et Construction de Parcs Souterrains pour voitures à Paris (Conferência do Ciclo do Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics)	Paris, 4-Maio-71 ITBTP, 9, Rue La Pérouse, Paris XVI
Alternative Routes to Steel	Londres, 5-6 Maio-71 Iron and Steel Institute, 39 Victoria St. London, S.W. 1, England
The Influence of Microstructure on Low-Temperature Fracture	Londres, 5-6 Maio-71 Iron and Steel Institute
Meeting of the ASTM Committee B-8 on Electro-Deposited Metal Coatings and Related Finishes	Philadelfia, Pa, E.U.A., 5-7 Maio-71 American Society for Testing and Materials, 1916, Race St., Philadelfia, Pa, 1910 3, E.U.A.

é vasto o nosso campo de acção

6 DELEGAÇÕES NA METRÓPOLE E ULTRAMAR

CONSTRUÇÕES TÉCNICAS, LDA.

DIRECÇÃO DE SERVIÇOS DE CAMINHO DE FERRO, PORTOS E TRANSPORTES (DSCFPT) — Moçambique — Porto de Lourenço Marques — Novo prolongamento do cais Gorjão: 320 metros de cortina metálica em concertina, em fundos de (— 11,00).

OBRAS PÚBLICAS
CONSTRUÇÃO CIVIL—INDUSTRIAL E URBANA

PROSPECÇÃO GEOTÉCNICA • FUNDAÇÕES ESPECIAIS • CONSOLIDAÇÕES
OBRAS MARÍTIMAS E PORTUÁRIAS • PONTES E VIADUTOS • SILOS E CHAMINÉS
INSTALAÇÕES INDUSTRIAIS

é vasto o nosso campo de acção

6 DELEGAÇÕES NA METRÓPOLE E ULTRAMAR

CONSTRUÇÕES TÉCNICAS, LDA.

SACOR — Refinaria do Norte (Matosinhos) — Quatro chaminés de betão armado com 100 metros de altura. Construção com moldes deslizantes.

OBRAS PÚBLICAS
CONSTRUÇÃO CIVIL—INDUSTRIAL E URBANA

PROSPECÇÃO GEOTÉCNICA • FUNDAÇÕES ESPECIAIS • CONSOLIDAÇÕES
OBRAS MARÍTIMAS E PORTUÁRIAS • PONTES E VIADUTOS • SILOS E CHAMINÉS
INSTALAÇÕES INDUSTRIAIS

C. D. U. 624.131.6 : 517.96

ESTUDO DO FLUXO EM MEIOS ANISÓTROPOS PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

por PEDRO IVAN GUIMARÃES ROGEDO
Prof. Assist. da Universidade de Brasília
Eng.º Estagiário do L.N.E.C.

RESUMO

Aplica-se o Método dos Elementos Finitos ao cálculo das forças de percolação em meios constituídos por camadas estratificadas, com fronteiras seguindo uma geometria qualquer e direcções de permeabilidade variáveis. Apresentam-se alguns exemplos ilustrativos e o cálculo da linha de saturação numa barragem de terra.

SYNOPSIS

The Finite Elements Method is applied to the computation of seepage forces in stratified media with any boundaries and directions of permeability. Some cases are presented such as, for instance, the calculation of the phreatic line of an earth dam.

1 — INTRODUÇÃO

Em meios isótropos, homogéneos e de fronteiras particularmente definidas, o cálculo da percolação, obtido pela solução analítica da equação diferencial de Laplace ou pelo método gráfico baseado nas propriedades desta equação, é perfeitamente eficaz e correcto. No entanto, a não ser que se admita uma idealização bastante grosseira, o solo, na maioria dos problemas da prática, jamais assim se apresenta, nem mesmo nos locais onde certas zonas são elaboradas pela mão do homem, como nas barragens de terra.

Houve, portanto, necessidade de procurar métodos de cálculo mais gerais.

O desenvolvimento e a crescente utilização dos computadores tornaram possível a formulação de novas técnicas para solução rápida e fácil de problemas de difícil e mesmo impossível solução analítica.

Um passo à frente foi dado com a utilização de métodos numéricos. Inicialmente, aplicou-se o método das diferenças finitas. Mais recentemente, com o desenvolvimento do método dos elementos finitos, verificou-se sua perfeita adequabilidade à solução de problemas deste tipo, possibilitando o cálculo da percolação, dos casos mais simples aos mais complexos, sem pràticamente nenhuma diferença no tratamento teórico ou no tempo computacional. Assim, várias zonas de diferentes solos, heterogéneas, anisótropas e com total arbitrariedade na geometria de suas fronteiras, são tratadas segundo os mesmos princípios, e, conforme adiante se verá, os resultados obtidos são tão aproximados quanto se julgar necessário.

Pimeiramente, considere-se o conceito, introduzido por Ferrandon, de matriz de permeabilidade. Estabeleceu ele uma matriz de coeficientes de 3×3, simétrica, e admitiu que em qualquer material existem 3 eixos principais na direcção dos quais há uma colinearidade entre a percolação e o gradiente de pressão. Os coeficientes de permeabilidade, obtidos para um volume de solo particular segundo a direcção destes eixos, descrevem a permeabilidade neste volume.

Estas direcções, por serem determináveis em laboratório, são consideradas conhecidas.

A partir daí, a lei de Darcy, bem conhecida e estudada, pode ser generalizada para a percolação em meios anisótropos e heterogéneos.

Os métodos gráficos e analíticos são claramente impraticáveis quando na zona percolada existem várias direcções principais de permeabilidade.

Todo o estudo aqui desenvolvido visa os casos da prática em que é procurada a solução de problemas a duas dimensões, sendo simples e imediata a generalização para as três dimensões, se se desejar.

Além disto, materiais como rochas e solos são geralmente estratificados, existindo igualdade das

características físicas segundo o plano de estratificação. Na fig. 1, os eixos x e z são paralelos ao plano de estratificação.

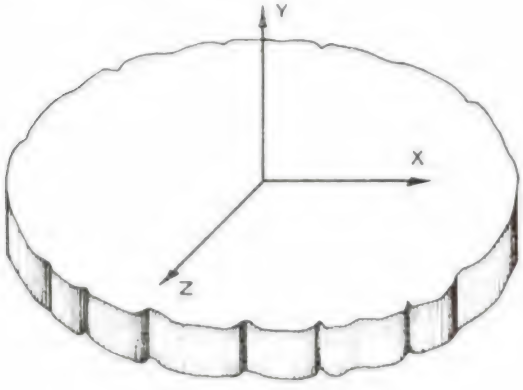


Fig. 1

2 — FLUXO EM MEIO ANISÓTROPO

Designa-se por v o vector da velocidade de percolação, com componentes segundo os eixos x e y, respectivamente v_x e v_y,

$$v = \begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \end{Bmatrix},$$

e por grad H o gradiente hidráulico da carga total H,

$$\text{grad } H = \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial H}{\partial x} \\ \dfrac{\partial H}{\partial y} \end{Bmatrix}$$

A relação linear mais geral entre estes dois vectores é estabelecida pela lei de Darcy:

$$\{v\} = - |K| \{\text{grad } H\} \qquad (1)$$

onde K é uma matriz da forma

$$|K| = \begin{vmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{vmatrix}$$

obtendo-se, pelo princípio de conservação da energia,

$$K_{xy} = K_{yx}$$

Considerando novos eixos x', y', fazendo um ângulo Θ com x, y, o vector velocidade segundo estes novos eixos é definido como

$$\{v'\} = |R| \{v\} \qquad (2)$$

onde R é a matriz de rotação, cujos termos são os co-senos directores dos ângulos que entre si formam x, y e x', y', ou seja:

$$R = \begin{vmatrix} \cos \Theta & \text{sen } \Theta \\ - \text{sen } \Theta & \cos \Theta \end{vmatrix}$$

Da mesma forma

$$\{\text{grad } H'\} = |R| \{\text{grad } H\} \qquad (3)$$

Combinando (1), (2) e (3) entre si, obtém-se

$$\{v'\} = - |R| \, |K| \, |R^{-1}| \{\text{grad } H\} \qquad (4)$$

E daí, como

$$|K'| \{\text{grad } H'\} = - |R| \, |K| \, |R^{-1}| \{\text{grad } H\}$$

virá

$$|K'| = - |R| \, |K| \, |R^{-1}|$$

E é sempre possível determinar um ângulo Θ para o qual K' se reduz a uma matriz de diagonal, onde:

$$\{v\} = \begin{vmatrix} K'_{xx} & 0 \\ 0 & K'_{yy} \end{vmatrix} \{\text{grad } H'\}$$

As direcções dos eixos segundo os quais a matriz de permeabilidade se resume a uma matriz de diagonal definem as direcções dos eixos principais de permeabilidade.

Num material estratificado, tal como rocha ou solo, os eixos principais estão localizados segundo o plano de estratificação e normalmente a este.

A «equação de continuidade» do escoamento de um líquido incompressível através de um material poroso, que não sofre variação de volume, é bem conhecida:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0$$

Desde que as direcções x e y coincidam com as direcções principais de permeabilidade, esta equação pode escrever-se sob a forma

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(K_{xx}\frac{\partial H}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(K_{yy}\frac{\partial H}{\partial y}\right)=0,$$

denominada «equação de fluxo».

3 — SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE FLUXO

Conhecida a carga H actuando em determinada região, estabelecidas as fronteiras de escoamento e características de permeabilidade das diversas zonas, há apenas uma forma de escoamento, e as pressões são bem definidas em cada ponto da zona percolada. Existe portanto apenas uma solução para a equação do fluxo.

De acordo com os princípios do cálculo variacional, a solução desta equação é equivalente à determinação da função H que minimiza o seguinte funcional, tomado sobre toda a região do fluxo:

$$F=\frac{1}{2}\iint_L\left\{K_{xx}\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2+K_{yy}\left(\frac{\partial H}{\partial y}\right)^2\right\}dx\,dy \qquad (5)$$

O método dos elementos finitos fornece uma técnica para determinar os valores de H em alguns pontos do domínio que tornam mínimo o referido funcional.

Não é objectivo deste trabalho mostrar detalhadamente o que é o método dos elementos finitos, pois que sobre isto já existe extensa bibliografia.

Faz-se no entanto um breve relato da aplicação do método a este problema.

A região do fluxo é dividida num conjunto de elementos finitos triangulares (Fig. 2).

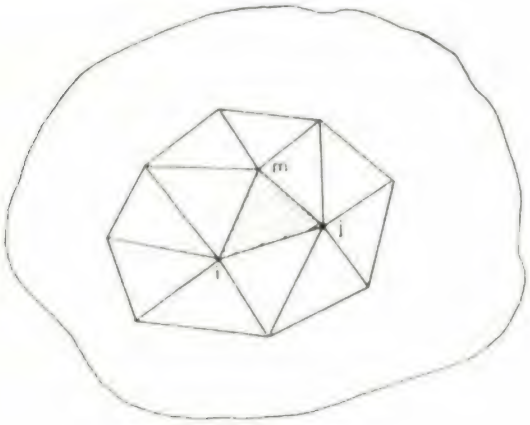


Fig. 2

Considera-se um elemento típico de nós i, j, m, e, em toda a zona limitada pelo elemento, supõe-se ser H contínuo e função apenas das coordenadas (x, y) do ponto.

A função mais simples é definida pela relação linear:

$$H=A+Bx+Cy \qquad (6)$$

onde A, B e C são constantes.

Pode-se agora, em função das coordenadas dos nós i, j, m, (x_i, y_i), (x_j, y_j), (x_m, y_m) respectivamente, estabelecer um sistema de 3 equações a 3 incógnitas e eliminar A, B, e C, obtendo H como função das coordenadas dos nós e dos HH nestes nós.

$$H_i=A+Bx_i+Cy_i$$
$$H_j=A+Bx_j+Cy_j$$
$$H_m=A+Bx_m+Cy_m$$

em notação matricial,

$$\begin{Bmatrix}H_i\\H_j\\H_m\end{Bmatrix}=\begin{vmatrix}1\,x_i\;\;y_i\\1\,x_j\;\;y_j\\1\,x_m\;\;y_m\end{vmatrix}\begin{Bmatrix}A\\B\\C\end{Bmatrix}$$

Por intermédio destas equações calculam-se os valores A, B, e C, os quais, substituídos em (6), permitem obter H:

$$H=\left|\,(a_i+b_i x+c_i y),\ (a_j+b_j x+c_j y),\ (a_m+b_m x+c_m y)\,\right|\begin{Bmatrix}H_i\\H_j\\H_m\end{Bmatrix} \qquad (7)$$

sendo a_i, b_i e c_i definidos por:

$$a_i=\left(\frac{x_m y_j-x_j y_m}{2\Delta}\right)$$

$$b_i=\left(\frac{y_m-y_j}{2\Delta}\right)$$

$$c_i=\left(\frac{x_j-x_m}{2\Delta}\right)$$

Nestas expressões Δ é a área do triângulo, e os coeficientes, a_j, b_j, c_j e a_m, b_m, c_m, são obtidos variando i, j, m, cìclicamente no sentido anti-horário.

Os valores (ainda desconhecidos) de H nos nós do elemento definem a função completa e ùnicamente através da região percolada.

Derivando o funcional F em relação aos HH nodais e igualando a zero, resulta um sistema de equações lineares.

Portanto, derivando F no elemento (F^e) em relação a H_i, H_j e H_m, vem:

$$\frac{\partial F^e}{\partial H_i} = \iint_L \left\{ K_{xx} \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial}{\partial H_i} \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right) + \right.$$

$$\left. + K_{yy} \frac{\partial H}{\partial y} \frac{\partial}{\partial H_i} \left(\frac{\partial H}{\partial y} \right) \right\} d_x \, d_y$$

Substituindo H pela sua expressão dada em (7),

$$\frac{\partial F^e}{\partial H_i} = \iint_L \left\{ K_{xx} \left| b_i, b_j, b_m \right| \begin{Bmatrix} H_i \\ H_j \\ H_m \end{Bmatrix} \left| b_i \right| + \right.$$

$$\left. + K_{yy} \left| c_i, c_j, c_m \right| \begin{Bmatrix} H_i \\ H_j \\ H_m \end{Bmatrix} \left| c_i \right| \right\} d_x \, d_y$$

Como

K_{xx}, K_{yy}, b_i, b_j, b_m, c_i, c_j, c_m, H_i, H_j, H_m são independentes de x e y, tem-se

$$\frac{\partial F^e}{\partial H_i} = \left| K_{xx} b_i b_i + K_{yy} c_i c_i, \; K_{xx} b_j b_i + \right.$$

$$\left. + K_{yy} c_j c_i, \; K_{xx} b_m b_i + K_{yy} c_m c_i \right| \times \begin{Bmatrix} H_i \\ H_j \\ H_m \end{Bmatrix} \Delta$$

Da mesma forma, obtém-se a derivada de F em relação a H_j e H_m, o que dá:

$$\left\{ \frac{\partial F^e}{\partial H^e} \right\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial F^e}{\partial H_i} \\ \frac{\partial F^e}{\partial H_j} \\ \frac{\partial F^e}{\partial H_m} \end{Bmatrix} = \Delta \begin{vmatrix} K_{xx} b_i b_i + K_{yy} c_i c_i, & K_{xx} b_j b_i + K_{yy} c_j c_i, & K_{xx} b_m b_i + K_{yy} c_m c_i \\ \text{simétricos} & K_{xx} b_i b_j + K_{yy} c_j c_i, & K_{xx} b_m b_j + K_{yy} c_m c_j \\ & & K_{xx} b_m b_m + K_{yy} c_m c_m \end{vmatrix} \times$$

$$\times \begin{Bmatrix} H_i \\ H_j \\ H_m \end{Bmatrix} = \Delta \times S_{ijm} \times H^e$$

A soma das contribuições obtidas pela minimização de cada nó, em função dos HH que definem a continuidade em cada um dos elementos que têm em comum este nó, resulta uma equação linear.

Cada equação é da forma

$$\sum H_n \sum \Delta \text{ in} \times S^e_{in} = 0$$

onde

H_n representa o H no nó de um dos *l* elementos os que contêm o nó *i*.

S^e_{in} representa os termos da linha i de uma das *l* matrizes semelhantes a S_{ijm} formada pelos elementos para os quais o nó *i* é comum.

Δ in representa a área de um destes *l* elementos.

Forma-se assim um sistema de equações em que as incógnitas HH são tantas quanto são os nós. A simples observação mostra-o como sendo simétrico, em banda, e de segundo membro nulo. Introduzindo se neste sistema os HH conhecidos nos nós de fronteira, e resolvendo-o, obtêm-se os HH em todos os nós dos elementos em que foi dividido o meio percolado.

Observa-se ainda que quanto mais estreita for a malha de elementos finitos mais precisa será a solução.

O processo descrito é semelhante ao do cálculo dos esforços em estruturas pelo mesmo método, e o computador é utilizado segundo o mesmo roteiro.

Na fig. 3, mostra-se uma aplicação do método, para um caso bastante particular e simples. A fig. 4 apresenta a solução para um caso bastante geral, notando-se claramente nas fronteiras

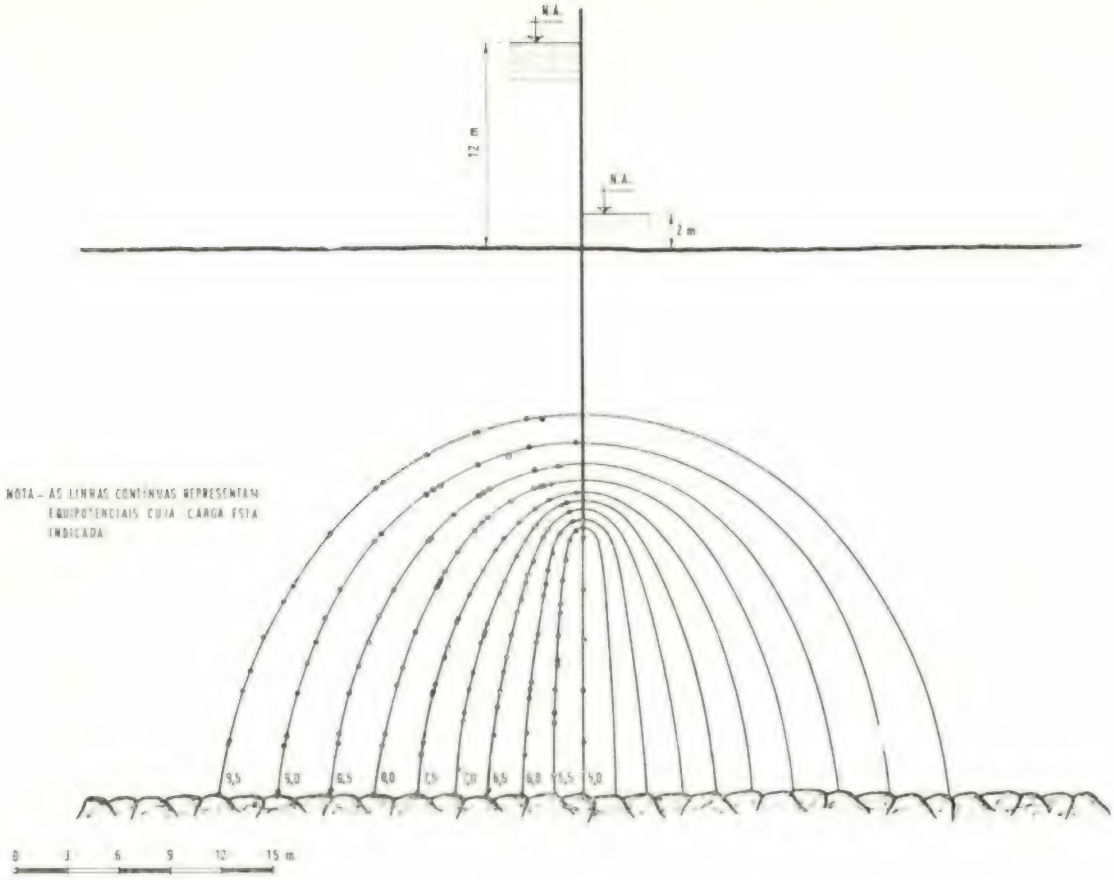


Fig. 3 – Equipotenciais

ras das zonas a «refracção» da equipotencial devido à mudança de permeabilidade. Nota-se também que apenas a existência de 2 zonas distintas não justificaria a perturbação na forma das equipotenciais. É, sem dúvida, nas de carga 4 e 5 que mais fortemente se evidencia a influência conjunta dos vários factores intervenientes: duas camadas distintas, não isótropas, fronteiras não lineares e direcções principais de permeabilidade variáveis.

Quando um dos limites de percolação não é conhecido à priori, embora fìsicamente bem definido, como é o caso da linha de saturação nas barragens de terra, torna-se necessário verificar se o campo estabelecido para o fluxo pelo lançamento arbitrário da malha de elementos finitos triangulares está compreendido e limitado pelos limites da região de percolação.

O procedimento adequado é o seguinte:

a) Lançada uma rede de elementos finitos, calculam-se os HH nos pontos nodais, e determina-se uma linha de saturação.

b) Verifica-se se os elementos finitos adoptados estão geomètricamente coincidindo com os limites impostos pela linha de saturação calculada.

c) Caso não estejam é necessário refazê-los na zona próxima à linha de saturação, aproximando os limites da malha aos limites da linha de saturação anteriormente calculada.

d) Isto deve ser repetido até que haja uma coincidência adequada entre os limites da malha e a região de fluxo.

Normalmente, 3 ou 4 iterações são suficientes para se obter a necessária precisão, conforme se vê na fig. 5.

4 – CONCLUSÕES

O método descrito permite uma aplicação prática a grande variedade de problemas. Sem necessitar de programas especiais, além daqueles utilizados no cálculo de estruturas, mostra grande eficiência no que diz respeito a tempo computa-

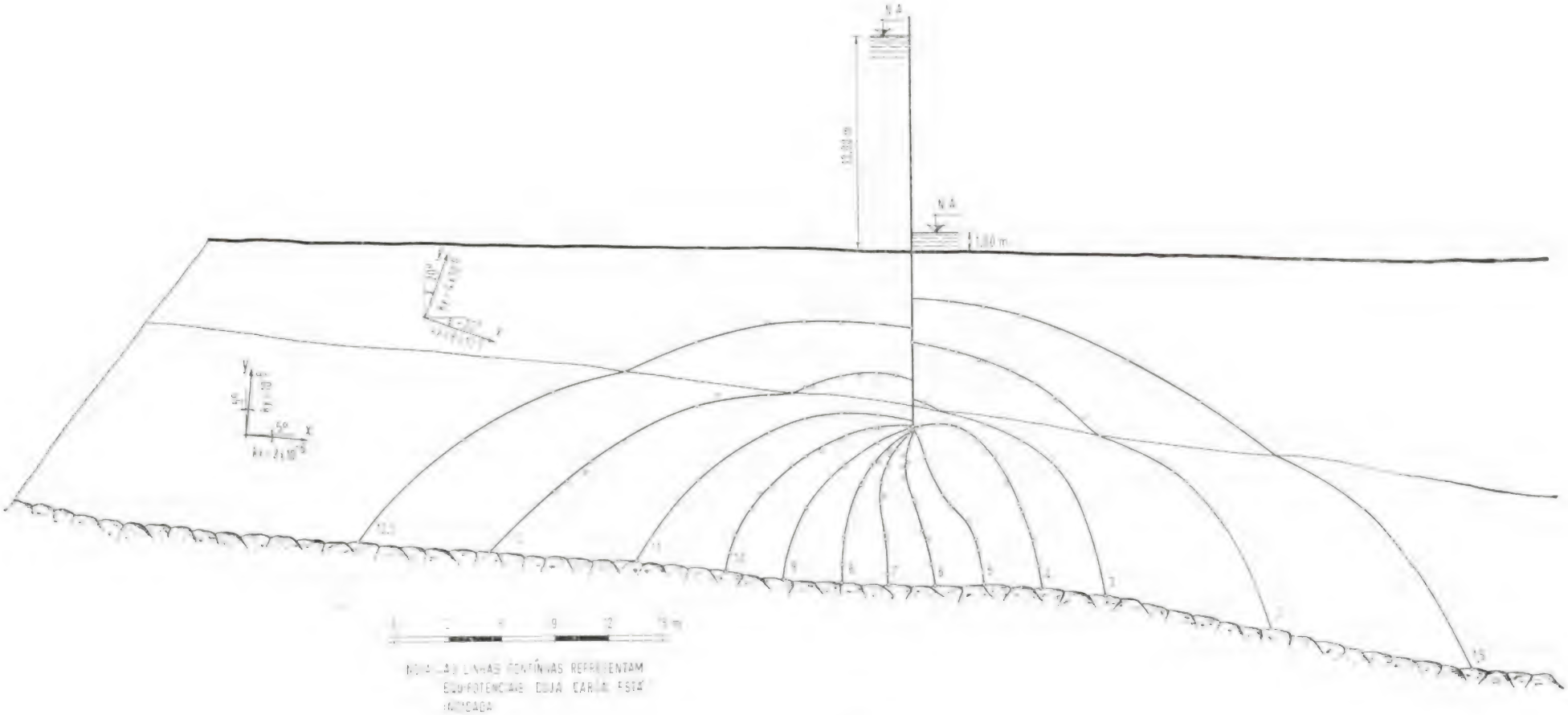


Fig. 4 — Equipotenciais

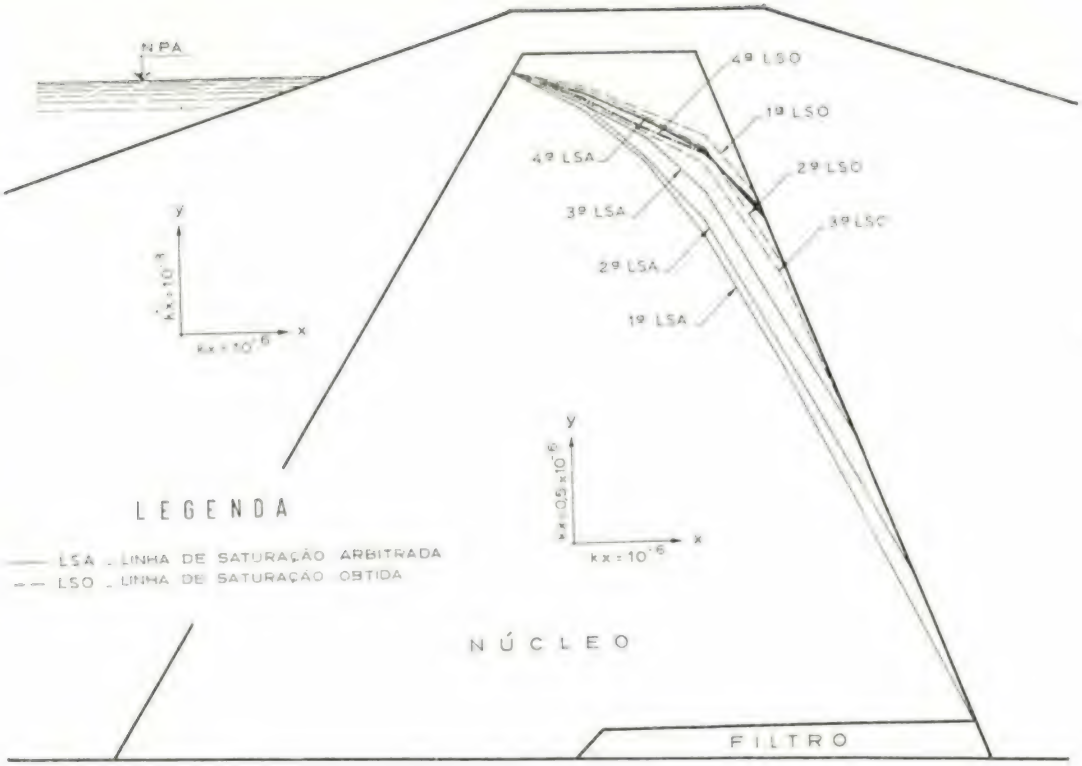


Fig. 5

cional. Além disto, permite ainda uma extensão a problemas tridimensionais utilizando-se tetraedros em vez de triângulos.

AGRADECIMENTOS

A autor agradece à Fundação Calouste Gulbenkian, o suporte financeiro para a realização deste trabalho, ao L.N.E.C. pelo apoio do seu Centro de Cálculo Automático, e ao Eng.º José B. Folque, Chefe da Divisão de Fundações do L.N.E.C., o constante incentivo e encorajamento.

BIBLIOGRAFIA

TAYLOR D. W. — *Fundamentals of Soil Mechanics.*

O. C. ZIENKIEWICZ — Anisotropic Seepage — *ASCE* — EM 1. Feb. 1966.

O. C. ZIENKIEWICZ — *The Finite Elements Method.*

TERZAGHI K. — *Soil Mechanics in Engineering Practice.*

FEIRAS, CONFERÊNCIAS, EXPOSIÇÕES E CURSOS NO MUNDO

OBJECTIVO E PROGRAMA	LOCAL, DATAS, ORGANIZAÇÃO, INFORMAÇÕES
Ferros Fundidos — Suas Propriedades e Aplicações	Lisboa, 6-7 Maio-71 INII
International Symposium on the use of Rubber in Asphalt Pavements	Utah, 10-12 Maio-71 Victor K. Sorbe State Office Building, Salt Lake City, Utah, 84114, E.U.A.
2èmes Journées Françaises du Génie Climatique Temas : O Aquecimento Eléctrico — Aspectos Técnicos e Económicos Controle de Materiais Aeráulicos e Térmicos	Lyon, 10-12 Maio-71 ITBTP
A Participação na Empresa	Lisboa, 10-12 Maio-71 INII
Études du Traitement des Sols pour Corps de Chaussés (Do Ciclo do ITBTP)	Paris, 11 Maio-71
Contabilidade Analítica na Construção de Edifícios	Lisboa, 11-14 Maio-71 INII
9th Annual Convention on Tribology	Douglas (Ilna de Man, Inglaterra), 13-15 Maio-71 Institution of Mechanical Engineers, Tribology Group, Birdcage Walk, London, S.W. 1, Inglaterra
International Assembly and Fastener Engineering Conference Temas : Engenharia das Montagens e Uniões Uniões Mecânicas e Soldadas	Londres, 17-21 Maio-71 Assembly and Fastener Eng., 28 Essex St. Strand, London, W.C. 2, Inglaterra
Preparação Pedagógica de Monitores	Lisboa, 17-28 Maio-71 INII
Une Experience d'Isolation Acoustique Sur Un Chantier De 86 Logements I. L. N. a Creil (Do Ciclo do ITBTP)	Paris, 18-Maio-71 ITBTP
International London Electronic Component Show	Londres, 18-21 Maio-71 Industrial Exhibitions Limited 9Argyll ST., London, W 1V 2HA, Inglaterra
Foundry Exhibition 1971	Birmingham, 18-26 Maio-71 Industrial Presentation Limited 28 Essex ST. Strand, London, W. C. 2
Annual Technical Conference and Exhibit of the American Society For Quality Control	Chicago, 19 21 Maio-71 American Society For Quality Control, 161 W. Wiscousin Av, Milwaukee, Wiscousin, 53203 E.U.A.

HERÓIS DA LUBRIFICAÇÃO

Punctilius

No ano 56 a. C., o imperador Júlio César, que há muito pensava escrever um livro sobre a conquista das Gálias, conquistou-as mesmo e escreveu o livro. Se Você estudou Latim, bem sabe (olá se sabe!) a que livro nos referimos.

Mas, como muitos dos grandes desse mundo de antes de Cristo, César esqueceu-se de mencionar na obra o papel desempenhado por Punctilius — chefe de manutenção dos exércitos romanos que, afinal, tornou possível tal vitória e, por conseguinte, o célebre livro.

No fim da semana que precedeu a invasão, a inclemência dos elementos (sempre mau tempo nos fins de semana!) deitara por água abaixo a eficácia das legiões

Punctilius

romanas. A humidade enferrujara os metais. O sol (deve ter sido no sábado, porque não há sábado sem sol) viera depois secar os apetrechos de couro. As lanças, as espadas e os arietes tinham os gumes rombos. As rodas dos carros de guerra chiavam como carros de bois minhotos.

Os problemas de lubrificação que afligiam as legiões romanas eram enormes. César viu-se, bem depressa, enterrado em papiros que lhe exigiam soluções imediatas.

De cabeça perdida, como qualquer mortal, César mandou chamar o seu chefe de manutenção — «Punctilius», disse, «vai comprar lubrificantes melhores, senão a gente nunca mais passa o Rubicão».

Punctilius, contudo, chamou, com a devida vénia, a imperial atenção para o facto do problema não se resolver só com lubrificantes. Seria necessário, também, organizar e dirigir a sua utilização por todo o imenso e disperso exército de invasão.

«Só a MOBIL nos pode ajudar», disse Punctilius.

«Eles possuem um sistema de processamento de dados designado por MI/DAC — que é ideal para a lubrificação e manutenção em operações complexas».

Com a colaboração de Punctilius, os técnicos da MOBIL criaram um sistema MI/DAC para o exército romano.

Os dados relativos às necessidades de lubrificação eram imediatamente transmitidos à Secção de Ábacos de César, que logo imprimia mapas com recomendações e rendimentos de lubrificantes. E, ainda por cima, fornecia um pergaminho de controle sobre o custo e a eficiência do programa inteiro.

Com métodos de processamento automático, eficientemente executados, o exército romano, bem lubrificado, derrubou a resistência da Gália num ápice. E César escreveu o livro.

Os chefes de manutenção dos nossos dias podem também, amiúdo, defrontar problemas semelhantes.

Não basta ter lubrificantes bons.

Pode ser necessário, igualmente um programa de lubrificação que abranja todos os casos, um programa capaz de resolver todas as exigências de uma produção fabril em larga escala.

Os chefes de manutenção acabarão por verificar como um sistema de processamento automático de dados poderá resolver eficientemente os seus problemas.

Não desconhecem, também, que o sistema MI/DAC é um dos muitos que a MOBIL criou e pôs à disposição dos seus clientes para que eles possam obter o máximo rendimento dos produtos que ela lhes vende.

Punctilius tinha razão ao dizer:

«A César o que é de César, mas exijam MOBIL!».

C. D. U. 669.14.018.2

AÇOS INOXIDÁVEIS MARTENSÍTICOS E FERRÍTICOS COMPORTAMENTO E ADIÇÕES ESPECIAIS (*)

por M. SOUSA CASTRO
Eng.º Mec. I. S. T.
J. M. ALMEIDA SEQUEIRA
Eng.º Quím.-Ind. I. S. T.

RESUMO

Neste artigo faz-se uma revisão das propriedades mecânicas, reacção aos tratamentos térmicos e precipitação de carbonetos nos aços com 12 a 15 % Cr. Dos aços com teor em crómio superior a 15 % focam-se os problemas relacionados com os processos de fragilização a que estão sujeitos, e ainda as suas propriedades mecânicas. No que respeita a elementos de liga, analisa-se o efeito dos elementos mais efectivos, nomeadamente no aspecto de propriedades mecânicas a altas e baixas temperaturas.

SYNOPSIS

The mechanical properties, heat treatments and carbide precipitation in 12-15 % chromium steels are reviewed. Problems related to the brittleness in steels with a chromium content higher than 15 % are discussed.

The effect of the most important alloying elements in these steels, with special reference to the mechanical properties at high and low temperatures, is also analysed.

1. GENERALIDADES

Os aços inoxidáveis, para além da sua boa resistência à corrosão, comportam-se, sob vários aspectos, de modo peculiar. Limites relativamente bem definidos de composição nos diversos elementos determinam comportamentos distintos. A reacção aos tratamentos térmicos, a estrutura e as propriedades mecânicas são alteradas, com incidência, por vezes, na própria resistência à corrossão.

Nesta revisão tenta-se uma síntese dos aspectos fundamentais do comportamento destes aços e das possibilidades de melhoria de características, com base em trabalhos recentes sobre o assunto. Não se consideram os aços inoxidáveis austeníticos. Esta revisão inclui apenas os aços inoxidáveis essencialmente constituídos por ferro, crómio e carbono, e estuda-se o efeito dos diversos elementos de liga adicionais.

O elemento principal responsável pela boa resistência à oxidação é, como se sabe, o crómio. A sua acção é devida à formação de uma fina película de óxido de crómio, à sua superfície do material. O óxido de ferro só deixa de se formar a partir de um determinado conteúdo mínimo em crómio. Esse é o mínimo teor que garante a inoxidabilidade, e na prática toma-se o valor 12% Cr como limite inferior [1].

A fig. 1 representa cortes do diagrama Fe-Cr-C e irá servir de base à exposição que se segue. A posição das linhas «solvus» e «solidus» não está perfeitamente determinada em muitas zonas. O crómio retarda consideràvelmente todas as transformações, o que dificulta a obtenção experimental das condições de equilíbrio.

Em função da estrutura, os aços inoxidáveis constituídos por ferro, crómio e carbono podem ser classificados em três grupos:

Martensíticos — A alta temperatura são integralmente austeníticos e podem, por isso, ser endurecidos por têmpera. O teor em crómio varia de 12 a 18% e o teor em carbono pode atingir 1%. É possível a retenção da austenite à temperatura ambiente, se o teor em crómio for baixo e o teor em carbono alto (ver 2.3).

(*) Esta revisão faz parte dos trabalhos preparatórios do projecto de investigação iniciado pelo Grupo de Metalurgia do Laboratório de Física e Engenharia Nucleares sob a designação geral: «Estudo da aplicabilidade de um aço inoxidável de origem nacional como material componente de reactores nucleares de potência».

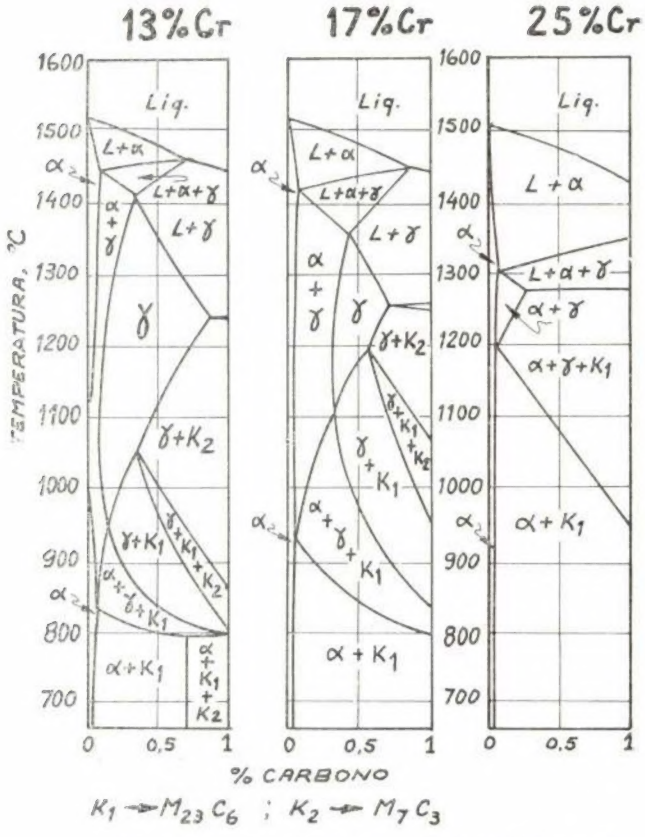


Fig. 1 — Cortes do diagrama Fe-Cr-C (Bungardt, Kunze e Horn) [6].

Ferríticos — A sua estrutura é ferrítica a todas as temperaturas. O teor em crómio é sempre superior a 16%. O conteúdo em carbono é de cerca de 0,01% para os mais baixos teores em crómio e pode atingir 0,35% para 30% Cr.

Martensítico —

— *Ferríticos* — A sua estrutura a alta temperatura é constituída por ferrite e austenite, em proporções variáveis com a composição.

Quando o conteúdo em crómio ultrapassa 15% levantam-se problemas específicos, que têm sido, aliás, o maior obstáculo ao uso destes aços. Far-se-á, por isso, a análise separada dos grupos 12-15% Cr e % Cr > 15.

2. AÇOS COM 12-15% CRÓMIO

2.1 — Aços com 0,35% C

Com a adição de crómio, o ponto eutectóide do sistema Fe-C degenera. Para 12% Cr o ponto que lhe corresponde encontra-se a cerca de 0,38% C e 830 °C [2]. Segundo outros autores, o teor em carbono daquele ponto é de 0,3% [3] e de 0,35% [4].

No aspecto estrutural, um aço com 12% Cr e cerca de 0,35% C é equivalente a um aço de carbono de composição eutectóide (0,8% C): quando arrefecido lentamente, desde a zona austenítica, apresenta uma estrutura integralmente perlítica.

Quando arrefecidos ràpidamente desde a zona austenítica, estes aços apresentam, à temperatura ambiente, uma estrutura martensítica. O carbono encontrar-se-á dissolvido na martensite ou não, conforme a estrutura existente antes do aquecimento, e em função do tempo de permanência na zona austenítica. Como se disse, o crómio retarda todas as transformações. A difusão do carbono na austenite é mais lenta nos aços com crómio do que nos aços de carbono, e por isso é necessário mais tempo para a dissolução dos carbonetos. No arrefecimento, esta acção do crómio tem como resultado um aumento de temperabilidade. Os aços com 12-15% Cr são já pràticamente temperáveis por arrefecimento ao ar.

Após a têmpera, os revenidos até 500 °C não produzem amaciamento sensível (fig. 2). A ligeira redução de dureza que se pode verificar até cerca de 350 °C segue-se um pequeno endurecimento, entre 450 e 500 °C. Segundo MONYPENNY [3] este endurecimento é devido à sobreposição de dois fenómenos: transformação, à temperatura de

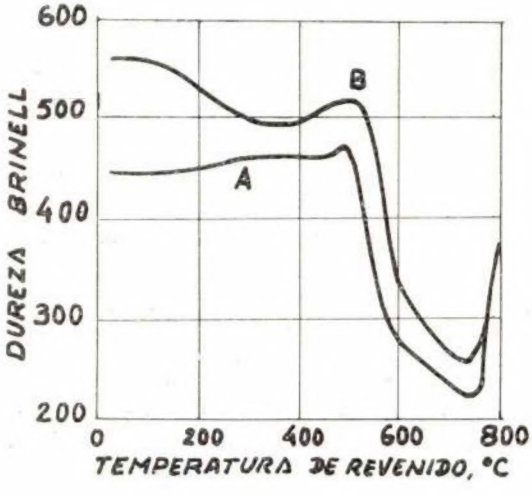


Fig. 2 — Efeito da temperatura de têmpera no revenido posterior de um aço inoxidável (0,32 % C, 12,2 % Cr). A - Temperado de 900 °C; B - Temperado de 1050 °C [3].

revenido, de austenite intergranular retida em martensite, e precipitação fina de carbonetos.

RONALD e BODSWORTH [5] efectuaram ensaios sobre um aço com 11,5% Cr e 0,2% C e confirmam a precipitação de carbonetos no revenido a 500 °C. A fig. 3 indica a variação das características mecânicas com o tempo de revenido, segundo os resultados daqueles autores. Encontram-se igualmente representados os tempos de precipitação de dois dos carbonetos de crómio. A fase carbonetos será tratada com mais pormenor em 4.

Nos revenidos acima de 500 °C a martensite transforma-se total ou parcialmente em sorbite, de acordo com a temperatura. A zona de amaciamento máximo é bastante larga — 600 a 750 °C, sensìvelmente — o que é uma vantagem sobre os aços de carbono, no aspecto de elaboração industrial. Neste intervalo de temperaturas o efeito maior é o crescimento das partículas de carboneto, com o aumento da temperatura e/ou do tempo de estacionamento.

A escolha das temperaturas de tratamento, depende, evidentemente, das características estruturais e mecânicas que se deseje obter. As propriedades mecânicas do grupo de aços com 12-15% Cr serão analisadas em 2.4.

Se se desejar utilizar o aço na condição martensítica, um ciclo de tratamentos térmicos aconselhável é o seguinte:

— Têmpera de 1050-1100 °C, que permite obter martensite com todo o carbono em solução e, ao mesmo tempo, um tamanho de grão relativamente grande.
— Têmpera de 900-950 °C, cuja finalidade é obter um refinamento de grão, mantendo a estrutura integralmente martensítica.
— Revenido a 250 °C, para eliminação de tensões residuais de têmpera.

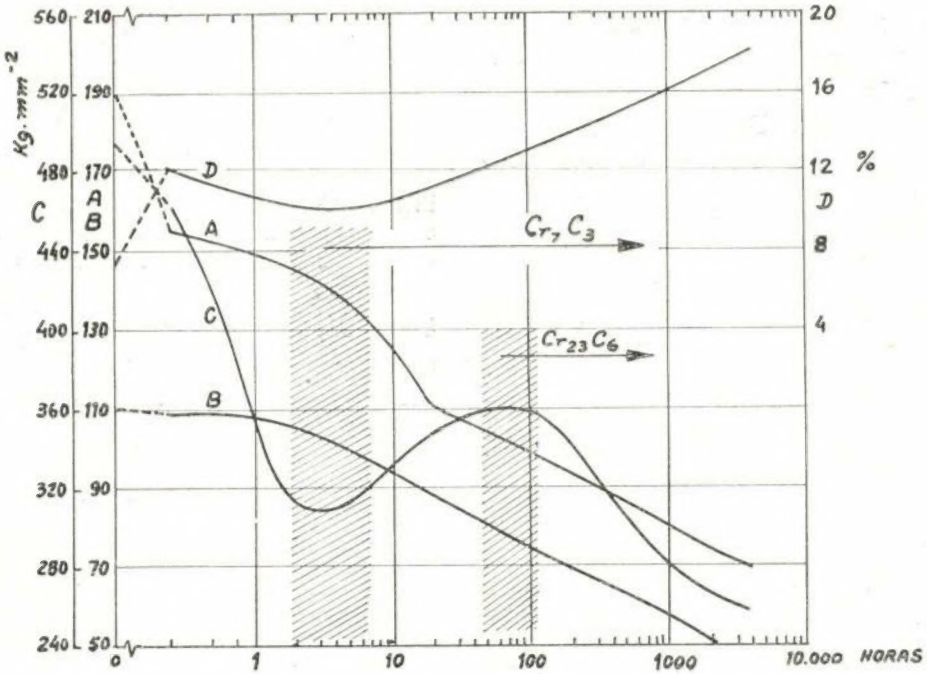


Fig. 3 — Variação da resistência à tracção (A), tensão a 0,1 % de deformação plástica (B), taxa de encruamento (C) e alongamento (D), com o tempo de tratamento a 500 °C de um aço com 0,2 % C e 11,5 % Cr. As faixas indicam os tempos ao fim dos quais precipitam os carbonetos Cr_7C_3 e $Cr_{23}C_6$ (dos resultados de [5]).

A têmpera de alta temperatura possibilita a dissolução mais rápida do carbono e a homogeneização da estrutura. A têmpera de 900-950 °C elimina o inconveniente do tamanho de grão excessivo. O revenido a baixa temperatura poderá dispensar-se em alguns casos. Não será necessário naquelas peças que, pelo seu formato simples e pequena espessura, não estejam sujeitas a grandes gradientes térmicos.

Com este ciclo de tratamentos térmicos as características mecânicas são as melhores, excepto em relação ao alongamento (ver 2.4).

2.2 — Aços com teor em carbono inferior a 0,35 %

Com teores em carbono inferiores a 0,3-0,35 % a estrutura de equilíbrio à temperatura ambiente é constituída por ferrite e perlite. Para teores inferiores a 0,1 % C a perlite tende a desaparecer na sua forma característica — os carbonetos tendem a formar grânulos, que aparecem rodeando os grãos de ferrite.

Por arrefecimento ao ar, desde a zona austenítica, estes aços ou são integralmente martensíticos ou contêm, para os teores muito baixos em carbono, alguma ferrite. De um modo geral reagem aos tratamentos térmicos de maneira idêntica à dos aços com 0,3-0,35 % C.

2.3 — Aços com teor em carbono superior a 0,35 %

O aumento do teor em carbono acima de 0,35 % afecta consideràvelmente as temperaturas de transformação. Com 12-15 % Cr e 1 % C a zona austenítica é já bastante estreita e situa-se a cerca de 1200 °C, iniciando-se a fusão a 1250 °C.

As propriedades inoxidáveis destes aços não são muito boas. A elevada quantidade de carbonetos de crómio que se forma reduz o teor efectivo de crómio (crómio em solução) de modo apreciável e daí resulta perda de resistência à corrosão.

Altos teores em carbono permitem estabilizar a austenite à temperatura ambiente. A fig. 4 permite verificar que, com 13 % Cr, começa a reter-se austenite com cerca de 0,5 % C e que acima de 0,7 % C esta é totalmente retida.

O efeito da temperatura de têmpera e de revenidos posteriores sobre um aço com 1,01 % C e 11, 8 % Cr. está indicado na fig. 5. A dureza após têmpera aumenta com a temperatura de têmpera até 1000-1075°C (curvas A e B). Entre 1100 a 1200°C (curva C) a dureza baixa, por retenção da austenite. Sobre as amostras martensíticas — A e B — os revenidos têm efeito idêntico ao assinalado para conteúdos menores em carbono. A amostra C, austenítica à temperatura ambiente, mantém-se como tal até sensìvelmente 500°C. Entre 500 e 580°C parte da austenite transforma-se em martensite, que se mantém

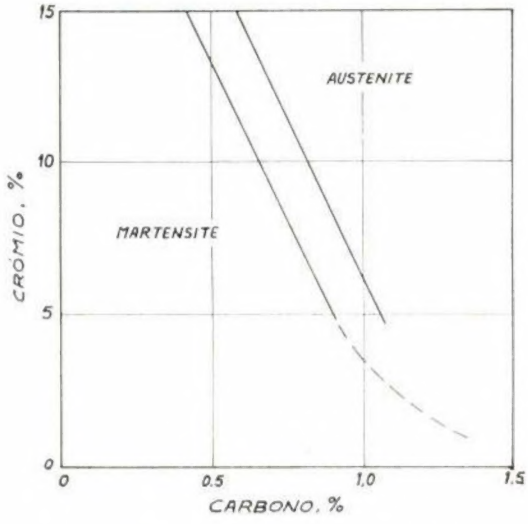


Fig. 4 — Composição dos aços de crómio que fornecem austenite à temperatura ambiente, quando arrefecidos ràpidamente de 1200 °C [3].

à temperatura ambiente e provoca o aumento de dureza. O revenido a 600°C conduz a troostite + martensite, e a 700°C apenas a sorbite.

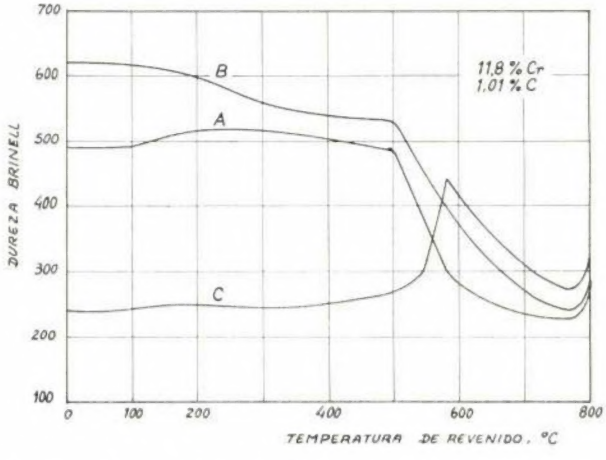


Fig. 5 — Efeito do revenido em um aço inoxidável de alto carbono. Arrefecimento ao ar de: A - 900 °C; B - 1000 °C e C - 1200 °C [3].

2.4 — Propriedades mecânicas dos aços com 12-15 % Cr

A tabela I indica os efeitos de diversas temperaturas de têmpera e revenido, para aços com composições comparáveis em crómio e carbono.

TABELA I

Influência das temperaturas de têmpera e revenido nas características mecânicas de aços com 12-13 % Cr [3]

COMPOSIÇÃO (%)					TRATAMENTO TÉRMICO		RESISTÊNCIA À TRACÇÃO ($Kg.mm^{-2}$)	TENSÃO DE CEDÊNCIA ($Kg.mm^{-2}$)	ALONGAMENTO (5,1 mm) (%)	REDUÇÃO DE ÁREA (%)	TESTE DE CHOQUE IZOD (m.Kg)			DUREZA BRINELL		
Cr	C	Ni	Si	Mn										TEMPERADO	REVENIDO	
13,0	0,22	0,60	0,13	0,14	REV. A 700°C APÓS TEMP. A	–	84,0	73,5	21,0	54,6	7,35	7,2	7,1	–	255	
						850°C AR	71,3	34,4	27,5	63,6	9,4	9,1	8,6	269	212	(a)
						950°C AR	78,2	72,4	23,0	44,6	7,6	7,6	7,2	477	241	(b)
12,5	0,25	0,21	0,18	0,22	REV. A 700°C APÓS TEMP. A	900°C	78,0	–	–	–	11,5	11,7	10,9	430	228	(c)
						950°C	81,2	–	–	–	6,4	9,1	9,7	477	241	(d)
						1000°C	84,3	–	–	–	4,9	4,8	4,8	532	248	(e)
13,0	0,16	0,31	0,52	0,27	REV. A 750°C APÓS TEMP. A	900°C ÓLEO	69,0	53,2	33,0	67,8	15,0	15,1	15,0	336	196	
						950°C ÓLEO	74,7	63,8	28,0	66,8	12,9	14,7	12,6	402	217	(f)
						1000°C ÓLEO	76,7	65,6	25,0	63,6	11,2	12,6	12,9	444	235	

Para cada temperatura de revenido, o aumento da temperatura de têmpera conduz a maior resistência à tracção, menor alongamento e menor resiliência (comparem-se os casos a e b e os casos c, d e e). O tamanho de grão aumenta com a temperatura de têmpera e o material adquire maior temperabilidade. A estrutura resultante é, por isso, mais dura e menos dúctil. O aumento da temperatura de revenido, para a mesma temperatura de têmpera, produz efeito contrário: diminui a resistência à tracção e aumentam o alongamento e a resiliência (compare-se b com f).

As figuras 6 e 7 indicam as propriedades mecânicas de aços com, respectivamente, 12-14 % Cr, % C < 0,15 e 13-15 % Cr, 0,26 % C. A comparação das duas figuras permite verificar de imediato o efeito do aumento do teor em carbono: a resistência à tracção e o limite elástico são mais altos, e o alongamento e resiliência mais baixos. Em ambas as figuras a curva de variações da resiliência com a temperatura de revenido apresenta um pico característico a 250°C, que não corresponde a qualquer flutuação nas curvas das outras características mecânicas. Este pico resulta da eliminação das tensões residuais de têmpera. Para revenidos a temperaturas superiores não deveria existir decréscimo de resiliên-

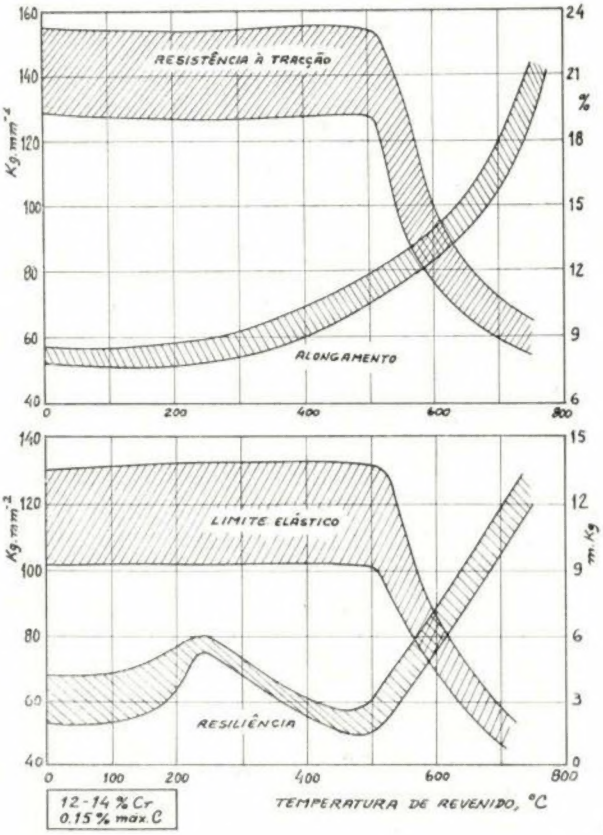


Fig. 6 — Características mecânicas de aços inoxidáveis martensíticos e sua variação com a temperatura de revenido (após têmpera em óleo de 1000 °C) [6].